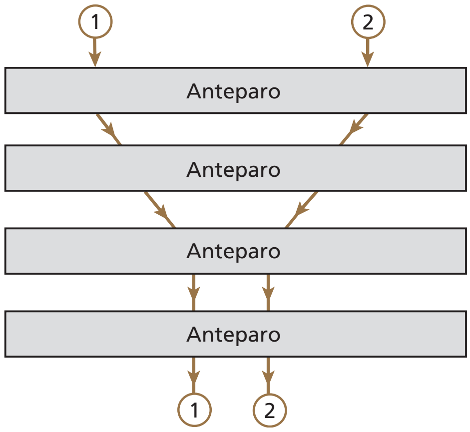
Tópico 4

1 (UFRN) Os raios de luz 1 e 2, representados na figura, atravessam elementos ópticos que estão escondidos pelos anteparos, numa região em que o ar atmosférico é homogêneo. Estes elementos podem ser:

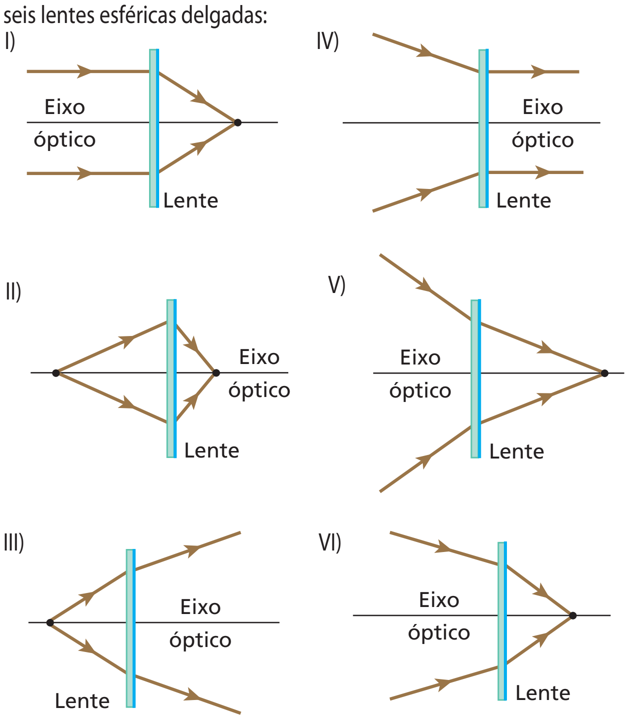
I. uma lente delgada convergente;
II. uma lente delgada divergente;
III. uma lâmina de vidro de faces paralelas.

Acompanhando, de cima para baixo, as trajetórias dos dois raios, quais são, nessa ordem, os elementos ópticos escondidos pelos anteparos, sabendo que cada anteparo esconde um único elemento óptico?



Resposta: I; III; II e III.

2 As figuras seguintes representam a refração da luz através de seis lentes esféricas delgadas:



Que lentes apresentam comportamento convergente?

Resposta: I; II; III e VI.

3 (Fuvest-SP) Uma colher de plástico transparente, cheia de água e imersa no ar, pode funcionar como:

a) lente convergente.
b) lente divergente.
c) espelho côncavo.
d) microscópio composto.
e) prisma.

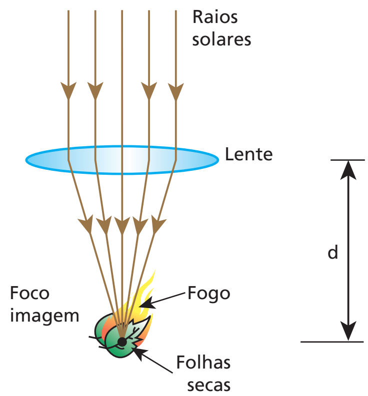
Resposta: a

4 Um escoteiro, contrariando a orientação do chefe que recomendava o uso de gravetos rolantes para produzir fogo no momento da confecção do almoço do pelotão, utilizou uma lente esférica de distância focal **f** que "concentrou os raios solares" sobre um monte de folhas secas situado a uma distância **d** da lente.

a) Diga que tipo de lente o escoteiro utilizou (convergente ou divergente).
b) Faça, em seu caderno, um esquema representando os raios solares, a lente e o monte de folhas secas.
c) Determine o valor de **d** em função de **f** para que o processo tenha eficiência máxima, isto é, o fogo seja produzido no menor intervalo de tempo possível.

Resolução:

a) A lente deve ser convergente.
b)

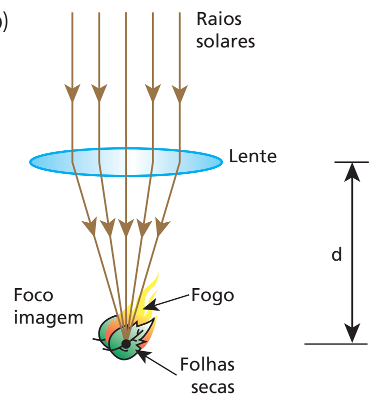


c) As folhas secas devem ser posicionadas na região do foco imagem da lente. Logo:

$$\boxed{d = f}$$

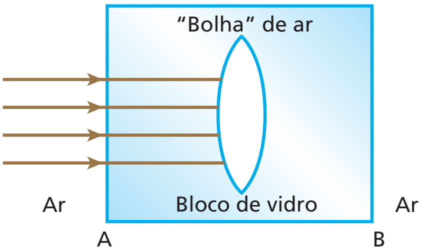
Respostas: a) Convergente

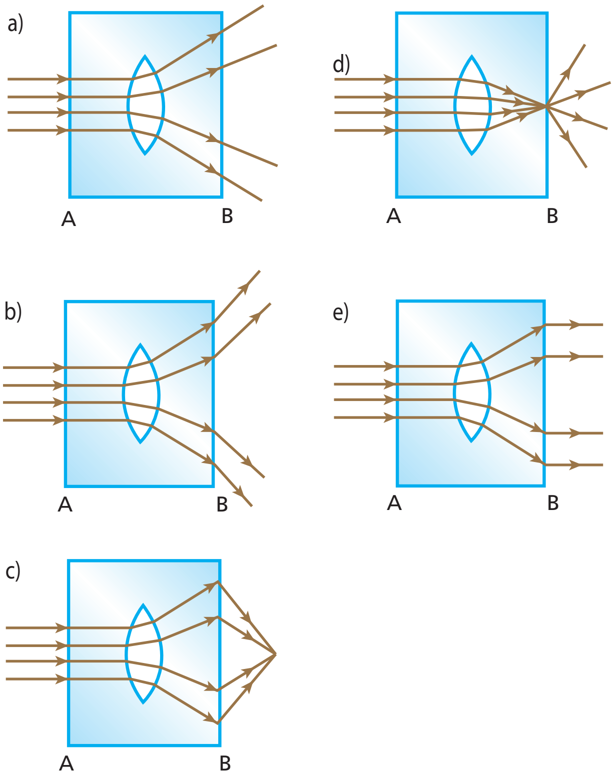
b)



c) d = f

5 (Mack-SP) Na produção de um bloco de vidro *flint*, de índice de refração absoluto 1,7, ocorreu a formação de uma "bolha" de ar (índice de refração absoluto 1,0), com o formato de uma lente esférica biconvexa. Um feixe luminoso monocromático, paralelo, incide perpendicularmente à face **A** do bloco, conforme a figura a seguir, e, após passar pelo bloco e pela bolha, emerge pela face **B**. A figura que melhor representa o fenômeno é:

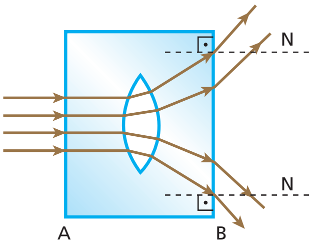




Resolução:

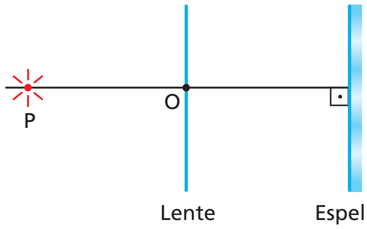
Como o índice de refração da lente (1,0) é menor que o do meio (1,7), a lente biconvexa terá comportamento divergente.

Ao sair do bloco de vidro *flint*, os raios de luz irão passar para o ar (índice de refração menor), afastando-se da normal.



Resposta: b

6 O arranjo experimental da figura é composto de uma lente esférica de vidro e um espelho plano. A montagem é feita no interior de uma sala de aula pelo professor de Óptica, que dispõe o espelho perpendicularmente ao eixo principal da lente:

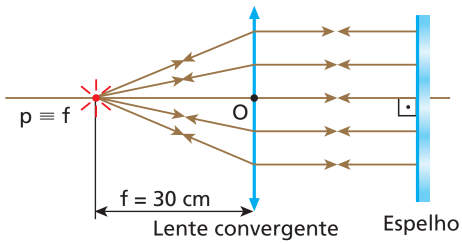


De um ponto **P**, situado sobre o eixo principal e distante 30 cm do centro óptico da lente, provém luz que se refrata através da lente, incide no espelho, reflete-se e volta a atravessar a lente, convergindo novamente para o ponto **P**, independentemente da distância entre a lente e o espelho.

a) Classifique a lente como convergente ou divergente.
b) Obtenha o valor absoluto de sua distância focal.

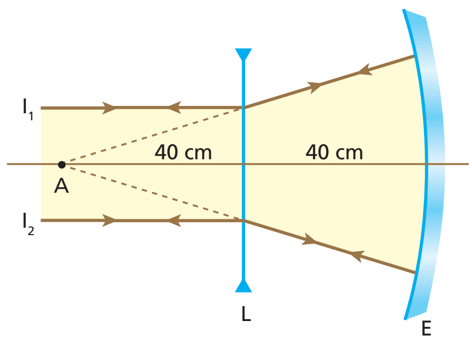
Resolução:

a) A lente que viabiliza o experimento proposto deve ser **convergente**.
b) Do enunciado, deduz-se que os raios luminosos emergentes da lente e incidentes no espelho são paralelos entre si e ao eixo óptico da lente. Por isso, pode-se concluir que o ponto luminoso **P** situa-se sobre o foco principal objeto da lente, que apresenta, portanto, distância focal 30 cm.
O esquema a seguir ilustra o exposto.



Respostas: a) Convergente; b) 30 cm

7 (Univest-SP) Um feixe de raios paralelos, representado por I_1 e I_2, incide em uma lente bicôncava (**L**) para, em seguida, incidir em um espelho côncavo (**E**), conforme ilustra a figura. Na reflexão, os raios retornam sobre si mesmos, convergindo para um ponto **A**, situado sobre o eixo principal comum.



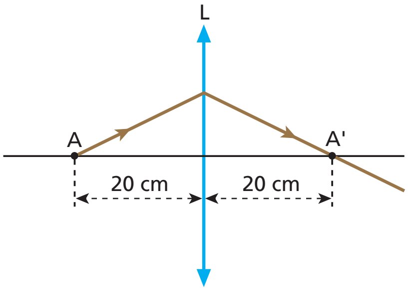
Com base nessas informações, é correto afirmar que, em valor absoluto, as abscissas focais de **L** e **E** valem, em centímetros, respectivamente:

a) 40 e 20. b) 40 e 40. c) 40 e 80. d) 80 e 80. e) 80 e 120.

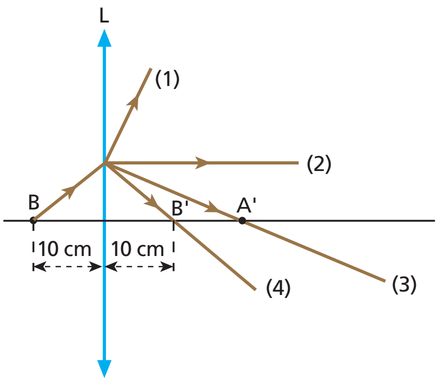
Resolução:
O ponto **A** é o centro de curvatura do espelho **E** e o foco principal imagem da lente **L**.

Resposta: b

8 (Unip-SP) A figura representa um objeto luminoso **P** no eixo principal de uma lente convergente **L**. Quando o objeto **P** está na posição **A**, o raio de luz que parte de **P** passa, após refratar-se na lente, pelo ponto **A'**, simétrico de **A** em relação a **L**:



Em seguida, o objeto **P** se aproxima da lente, posicionando-se no ponto **B**, conforme a figura.



O raio de luz que parte do objeto **P**, posicionado em **B**, após refratar-se na lente, assume:

a) a direção 1.
b) a direção 2.
c) a direção 3.
d) a direção 4.
e) uma direção diferente das indicadas.

Resolução:
Os pontos **A** e **A'** são, respectivamente, o ponto antiprincipal objeto e o ponto antiprincipal imagem. Em **B**, o objeto **P** encontra-se no foco principal objeto da lente, fazendo com que a luz refratada por esta assuma a direção 2.

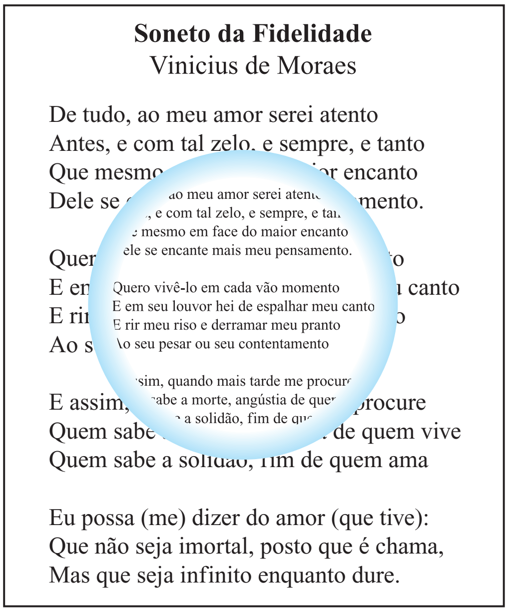
Resposta: b

9 (Fuvest-SP) Tem-se um objeto luminoso situado em um dos focos principais de uma lente convergente. O objeto afasta-se da lente, movimentando-se sobre seu eixo principal. Podemos afirmar que a imagem do objeto, à medida que ele se movimenta:

a) cresce continuamente.
b) passa de virtual para real.
c) afasta-se cada vez mais da lente.
d) aproxima-se do outro foco principal da lente.
e) passa de real para virtual.

Resposta: d

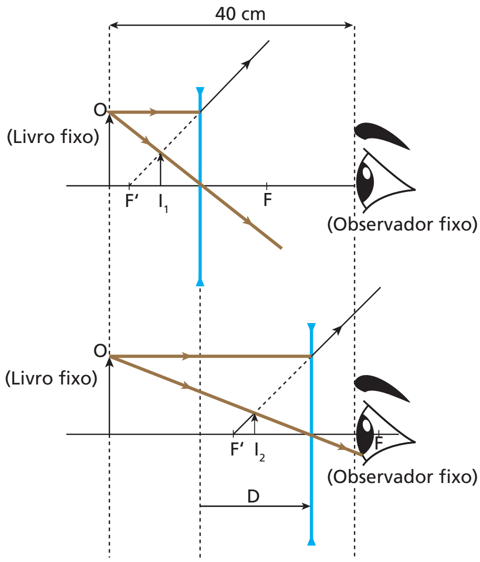
10 (Fuvest-SP) Uma pessoa segura uma lente delgada junto a um livro, mantendo seus olhos aproximadamente a 40 cm da página, obtendo a imagem indicada na figura.



Em seguida, sem mover a cabeça ou o livro, vai aproximando a lente de seus olhos. A imagem, formada pela lente, passará a ser:

a) sempre direita, cada vez menor.
b) sempre direita, cada vez maior.
c) direita cada vez menor, passando a invertida e cada vez menor.
d) direita cada vez maior, passando a invertida e cada vez menor.
e) direita cada vez menor, passando a invertida e cada vez maior.

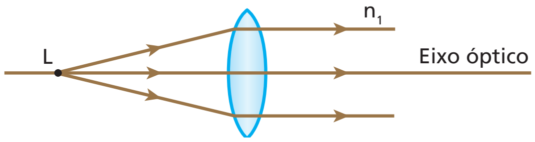
Resolução:
Se a imagem observada é direita e menor, trata-se de uma lente divergente.
À medida que a lente se aproxima do olho do observador (fixo), a imagem do livro (fixo) torna-se cada vez menor, porém sempre virtual e direita, conforme justificam os esquemas a seguir.



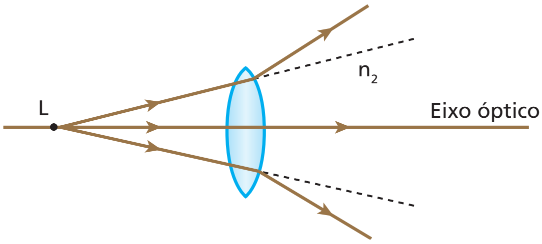
Devido ao deslocamento **D** sofrido pela lente, o comprimento de I_2 é **menor** que o de I_1.

Resposta: a

11 (Ufla-MG) Coloca-se uma pequena lâmpada **L** no foco principal de uma lente biconvexa de índice de refração n_L imersa em um líquido de índice de refração n_1. Essa situação está esquematizada abaixo.



Mantendo-se a posição da lâmpada em relação à lente e imergindo-se o conjunto em um outro líquido de índice de refração n_2, obteve-se o seguinte percurso para os raios luminosos:



É correto afirmar que:

a) $n_2 > n_1 > n_L$
b) $n_2 = n_L > n_1$
c) $n_L > n_2 > n_1$
d) $n_2 > n_L > n_1$
e) $n_L = n_1 > n_2$

Resolução:

Em operação imersa no líquido de índice de refração n_1, a lente apresenta comportamento **convergente**; logo:

$n_L > n_1$

Em operação imersa no líquido de índice de refração n_2, entretanto, a lente passa a apresentar comportamento **divergente**; logo:

$n_2 > n_L$

Assim,

$\boxed{n_2 > n_L > n_1}$

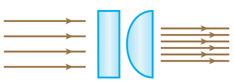
Sugestão: Para o aluno notar claramente os comportamentos convergente e divergente da lente, é recomendável inverter em ambos os casos o sentido de propagação da luz (reversibilidade luminosa).

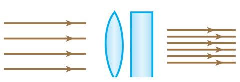
Resposta: d

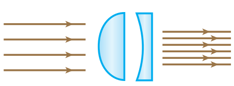
12 (Unirio-RJ) Uma pessoa deseja construir um sistema óptico capaz de aumentar a intensidade de um feixe de raios de luz paralelos, tornando-os mais próximos, sem que modifique a direção original dos raios incidentes. Para isso, tem à sua disposição prismas, lentes convergentes, lentes divergentes e lâminas de faces paralelas.

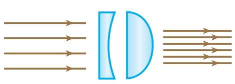
Tendo em vista que os elementos que constituirão o sistema óptico são feitos de vidro e estarão imersos no ar, qual das cinco composições a seguir poderá ser considerada como uma possível representação do sistema óptico desejado?

a)

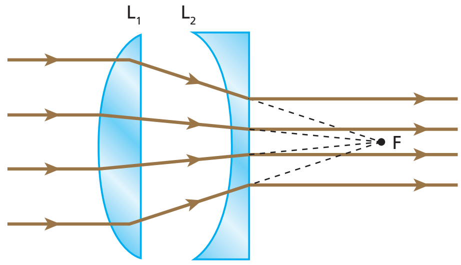

b)


c)


d)


e)


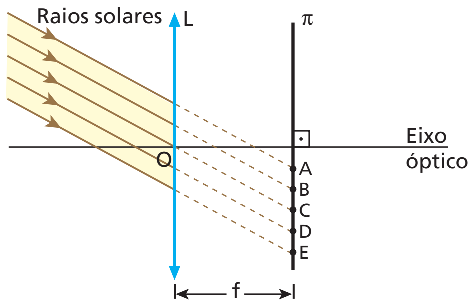
Resolução:



O ponto **F** é o foco imagem de L_1 e o foco objeto de L_2.

Resposta: d

13 Para acender um palito de fósforo com os raios solares (considerados paralelos), você vai utilizar uma lente convergente **L** de centro óptico **O** e distância focal **f**. Para tanto, a cabeça do palito será colocada em um dos cinco pontos, **A**, **B**, **C**, **D** ou **E**, indicados na figura a seguir.



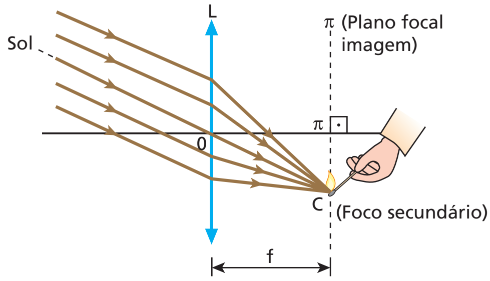
O plano **π** é perpendicular ao eixo óptico da lente e os pontos citados pertencem à intersecção desse plano com o plano do papel. O efeito desejado será produzido no mínimo intervalo de tempo se a cabeça do palito for colocada no ponto:

a) A;
b) B;
c) C;
d) D;
e) E.

Resolução:

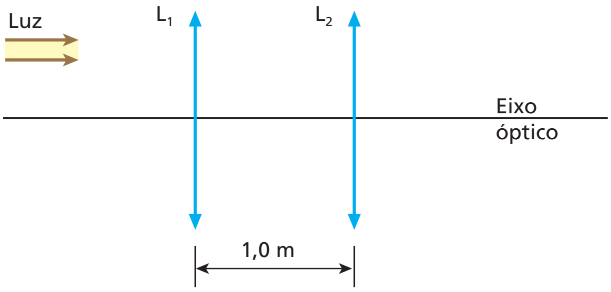
A cabeça do palito de fósforo deverá ser colocada em um dos focos imagem da lente, todos pertencentes ao plano **π** (plano focal imagem).

Lembrando que os raios que incidem no centro óptico atravessam a lente delgada sem sofrer qualquer desvio, determinamos na intersecção do raio que emerge de **O** com o plano **π** a posição do foco secundário (ponto **C**) para onde os raios solares devem convergir. Nesse ponto, é possível acender-se o palito de fósforo no mínimo intervalo de tempo.



Resposta: c

14 E.R. Duas lentes convergentes L_1 e L_2 são associadas coaxialmente, conforme mostra o esquema a seguir:

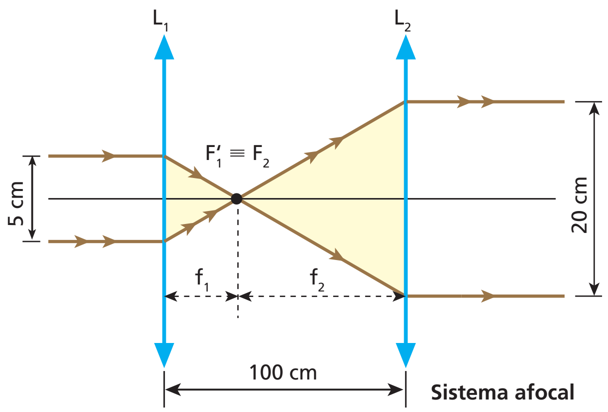


Fazendo-se incidir sobre L_1 um pincel cilíndrico de luz monocromática de 5 cm de diâmetro e de eixo coincidente com o eixo óptico do sistema, observa-se que de L_2 emerge um pincel luminoso também cilíndrico e de eixo coincidente com o eixo óptico do sistema, porém com 20 cm de diâmetro. Determine:

a) o trajeto dos raios luminosos, ao atravessarem o sistema;
b) as distâncias focais de L_1 e de L_2.

Resolução:

a) Para que o pincel luminoso emergente de L_2 seja cilíndrico e de eixo coincidente com o eixo óptico do sistema, o foco principal imagem de L_1 deve coincidir com o foco principal objeto de L_2, conforme representa a figura:



b) Os triângulos destacados são semelhantes. Logo:

$$\frac{f_1}{5} = \frac{f_2}{20} \Rightarrow f_2 = 4f_1 \quad \text{(I)}$$

Mas:

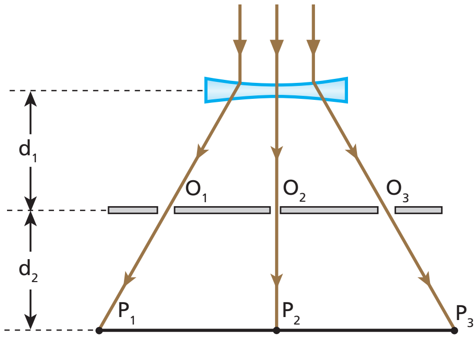
$$f_1 + f_2 = 100 \quad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), temos:

$$f_1 + 4f_1 = 100 \Rightarrow \boxed{f_1 = 20\text{ cm}} \text{ e}$$

$$\boxed{f_2 = 80\text{ cm}}$$

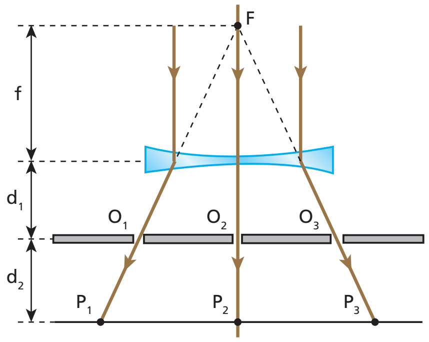
15 (UFRGS) A figura a seguir ilustra um experimento realizado com o fim de determinar o módulo da distância focal de uma lente divergente. Um feixe de raios paralelos incide sobre a lente. Três deles, após atravessarem essa lente, passam pelos orifícios O_1, O_2 e O_3 existentes em um anteparo fosco à sua frente, indo encontrar um segundo anteparo nos pontos P_1, P_2 e P_3:



Dados: $O_1O_3 = 4{,}0$ cm; $P_1P_3 = 6{,}0$ cm; $d_1 = 15{,}0$ cm; $d_2 = 15{,}0$ cm.

Quanto vale, em centímetros, o módulo da distância focal da lente em questão?

Resolução:



Os triângulos FP_1P_3 e FO_1O_3 são semelhantes. Logo:

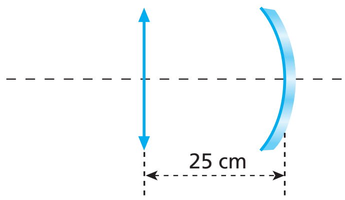
$$\frac{|f| + d_1}{|f| + d_1 + d_2} = \frac{\overline{O_1O_3}}{\overline{P_1P_3}}$$

$$\frac{|f| + 15}{|f| + 30} = \frac{4}{6} \Rightarrow \boxed{|f| = 15{,}0\text{ cm}}$$

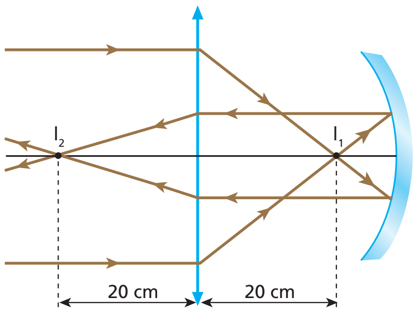
Resposta: 15,0 cm

16 Uma lente convergente de distância focal f = 20 cm e um espelho côncavo de raio R = 10 cm são colocados ao longo do eixo comum e separados por uma distância de 25 cm um do outro. Observe a figura a seguir. Com esse dispositivo, é focalizado um objeto muito distante (considere-o no infinito).

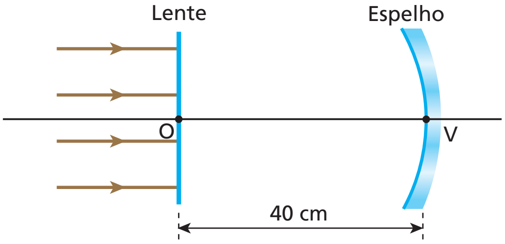
Copie a figura e esquematize a trajetória da luz no sistema, indicando a posição das duas imagens que o sistema conjuga ao objeto.



Resposta:



17 A figura representa uma lente esférica simétrica de vidro, imersa no ar, diante da qual está a superfície refletora de um espelho esférico côncavo, cujo raio de curvatura vale 60 cm. O vértice do espelho dista 40 cm do centro óptico da lente.



Raios luminosos paralelos entre si e ao eixo óptico comum à lente e ao espelho incidem no sistema. Sabendo que os raios emergentes do sistema sobrepõem-se aos incidentes:

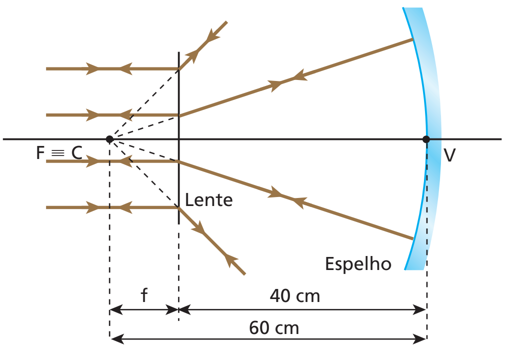
a) classifique a lente como biconvexa ou bicôncava;

b) obtenha o valor absoluto de sua distância focal.

Resolução:

a) Bicôncava.

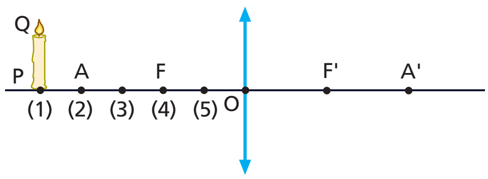
b)



$f + 40 \text{ cm} = 60 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{f = 20 \text{ cm}}$

Respostas: a) Bicôncava; b) 20 cm

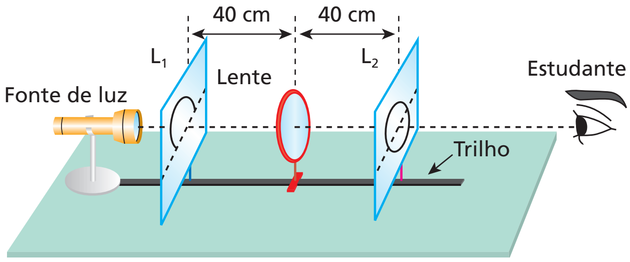
18 Na figura, está esquematizada uma lente convergente de pontos antiprincipais **A** e **A'**, focos principais **F** e **F'** e centro óptico **O**. PQ é um objeto luminoso que será deslocado ao longo do eixo óptico da lente, passando pelas posições 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente.



Para cada posição do objeto, obtenha graficamente, em seu caderno, a correspondente imagem, fornecendo suas características.

Respostas: Posição 1: real, invertida e menor; **Posição 2:** real, invertida e igual; **Posição 3:** real, invertida e maior; **Posição 4:** imprópria; **Posição 5:** virtual, direita e maior.

19 Desejando determinar a distância focal de uma lente esférica convergente, um estudante realiza um experimento no qual são empregadas, além da lente, duas lâminas iguais de vidro fosco (L_1 e L_2), em que estão pintadas duas faixas semicirculares de raios iguais e de concavidades voltadas para baixo. Movimentando as lâminas ao longo de um trilho instalado sobre uma mesa, o estudante consegue posicioná-las de modo que a imagem de L_1, projetada pela lente sobre L_2, feche uma circunferência, conforme ilustrado a seguir:



Nessas condições, que valor o estudante determinará para a distância focal da lente?

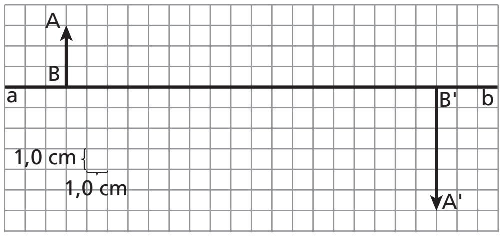
Resolução:

As lâminas L_1 e L_2 estão posicionadas nos pontos antiprincipais da lente. Logo:

$$f = \frac{40 \text{ cm}}{2} \Rightarrow \boxed{f = 20 \text{ cm}}$$

Resposta: 20 cm

20 E.R. No esquema seguinte, ab é o eixo principal de uma lente esférica delgada, AB é um objeto real e A'B' é a imagem de AB conjugada pela lente:



a) Posicione o centro óptico da lente sobre o eixo ab, calculando sua distância em relação a AB e em relação a A'B'.

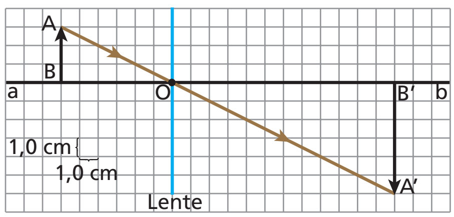
b) Classifique a lente como convergente ou divergente.

c) Determine o valor absoluto de sua abscissa focal.

Resolução:

a) I. **Posicionamento do centro óptico (O)**

Um raio luminoso que incide na lente a partir do ponto **A**, alinhado com o ponto A', intercepta o eixo ab na posição correspondente ao centro óptico:



II. **Determinação das distâncias**

Sejam:

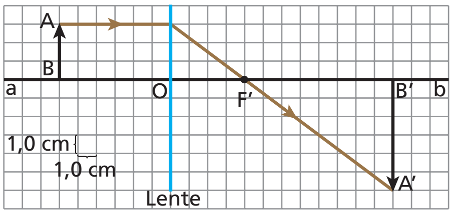
p = distância da lente a AB

p' = distância da lente a A'B'

Observando a figura, obtemos:

$$\boxed{p = 6{,}0 \text{ cm e } p' = 12 \text{ cm}}$$

b) Um raio luminoso que incide na lente paralelamente ao eixo ab, a partir do ponto **A**, deve refratar-se alinhado com o ponto A'. Esse raio determina o comportamento da lente (convergente ou divergente) e intercepta o eixo ab no foco principal imagem (F'):

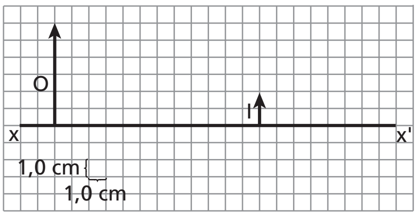


A lente é convergente.

c) A distância focal (**f**) da lente corresponde ao comprimento F'O. Da figura, obtemos:

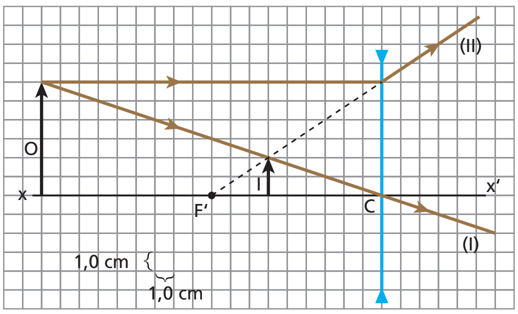
$\boxed{f = 4{,}0 \text{ cm}}$

21 No esquema seguinte, xx' é o eixo principal de uma lente esférica delgada, **O** é um objeto luminoso e **I** é sua imagem conjugada pela lente:



a) Copie a figura em escala no seu caderno e determine a posição do centro óptico da lente sobre o eixo xx', calculando sua distância em relação a **O** e em relação a **I**.
b) Classifique a lente como convergente ou divergente.
c) Determine o valor absoluto de sua abscissa focal.

Resolução:
a) O centro óptico da lente (ponto **C**) dista 18 cm de **O** e 6,0 cm de **I**.



b) A lente é **divergente**.
c) $|f| = 9{,}0$ cm (ver esquema).

Respostas: a) 18 cm de **O** e 6,0 cm de **I**; b) Divergente; c) 9,0 cm

22 E.R. Uma lente esférica produz uma imagem real de um objeto situado a 30 cm da lente. Sabendo que o objeto se encontra a 50 cm de sua imagem, pede-se:
a) classificar a lente em convergente ou divergente;
b) calcular a distância focal da lente;
c) representar por meio de um esquema a situação proposta.

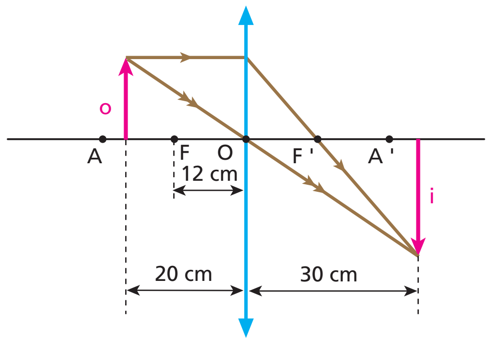
Resolução:
a) Se a um objeto real é conjugada uma imagem real, a lente é **convergente**.
b) Temos p' = 30 cm e p + p' = 50 cm. Obtemos, daí, p = 20 cm.
Aplicando a função dos pontos conjugados, calculemos f:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{3+2}{60} \Rightarrow f = \frac{60}{5}$$

$$\boxed{f = 12 \text{ cm}}$$

c) No caso, o objeto situa-se entre o ponto antiprincipal e o foco principal.



23 Um objeto luminoso está posicionado no eixo principal de uma lente esférica convergente, distante 20 cm do seu centro óptico. Sabendo que a distância focal da lente é de 10 cm, calcule a distância da imagem ao objeto, em centímetros.

Resolução:

(I) **Gauss:** $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{20} + \frac{1}{p'}$

$\frac{1}{p'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{20} \Rightarrow \boxed{p' = 20 \text{ cm}}$

(II) d= p + p' ⇒ d = 20 + 20 (cm)

$\boxed{d = 40 \text{ cm}}$

Resposta: 40 cm

24 (Unisa-SP) Observando-se uma estrela distante com uma lente convergente, verifica-se que a imagem obtida se situa a 10 cm da lente. Observando-se um objeto localizado a 30 cm da lente, a que distância desta se formará a nova imagem?

Resolução:
A estrela é um objeto impróprio e, por isso, sua imagem se forma no plano focal da lente.

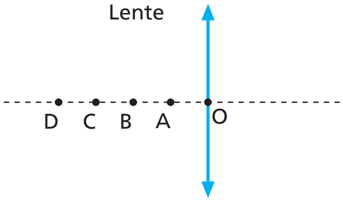
f = 10 cm

(I) **Gauss:** $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p'}$

$\frac{1}{p'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{30} \Rightarrow \boxed{p' = 15 \text{ cm}}$

Resposta: 15 cm

25 (Unip-SP) Na figura, representamos uma lente delgada convergente cujo foco é o ponto **B**. Os pontos **O**, **A**, **B**, **C** e **D** são tais que OA = AB = BC = CD.



No instante t_0, um objeto pontual **P** está posicionado em **A** e no instante t_1, está posicionado em **D**. Seja **P'** a imagem de **P** fornecida pela lente. Sendo **f** a distância focal da lente, o deslocamento de **P'**, no intervalo de t_0 a t_1, tem módulo igual a:

a) 2f.
b) 3f.
c) 4f.
d) 5f.
e) 6f.

Resolução:

Objeto em A: $\frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{f}{2}} + \frac{1}{p'_0} \Rightarrow \boxed{p'_0 = -f}$

Objeto em D: $\frac{1}{f} = \frac{1}{2f} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow \boxed{p'_1 = 2f}$

$\Delta s = |p'_0| + p'_1 \Rightarrow \Delta s = f + 2f \Rightarrow \boxed{\Delta s = 3f}$

Resposta: b

26 E.R. Pretende-se projetar em um anteparo a imagem nítida de um objeto real, ampliada 4 vezes. Para isso, utiliza-se uma lente esférica cuja abscissa focal tem módulo 20 cm. Determine:

a) o tipo de lente que deve ser utilizado (convergente ou divergente);
b) a distância do objeto à lente;
c) a distância do anteparo à lente.

Resolução:

a) Se a imagem será projetada em um anteparo, sua natureza é **real**. Assim, como o objeto e a imagem são reais, temos $p > 0$ e $p' > 0$ e, consequentemente, $f > 0$, indicando que a lente é **convergente**.

b) Com $p > 0$ e $p' > 0$, obtém-se aumento linear transversal negativo (imagem invertida).

$$A = -4$$

Mas: $A = \frac{f}{f - p}$

Logo: $-4 = \frac{20}{20 - p} \Rightarrow -20 + p = 5$

$$\boxed{p = 25\text{ cm}}$$

c) Observando que a imagem está no anteparo, temos:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$-4 = -\frac{p'}{25} \Rightarrow \boxed{p' = 100\text{ cm}}$$

27 Utilizando-se uma lente esférica convergente, projeta-se em um anteparo difusor a imagem de um objeto luminoso, ampliada 5 vezes. Sabendo que a distância do objeto à lente é de 12 cm, determine:

a) a abscissa focal da lente;
b) a distância do anteparo à lente.

Resolução:

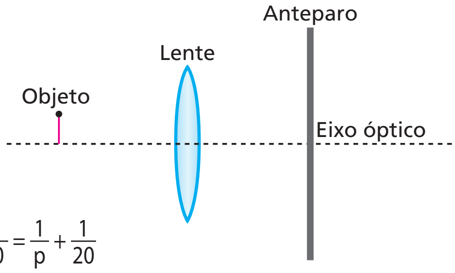
a) $A = \frac{f}{f - p}$ $-5 = \frac{f}{f - 12} \Rightarrow -5f + 60 = f$

$\boxed{f = 10\text{ cm}}$

b) $A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -5 = -\frac{p'}{12} \Rightarrow \boxed{p' = 60\text{ cm}}$

Respostas: a) 10 cm; b) 60 cm

28 (UFPI) A figura a seguir representa uma lente delgada convergente, um anteparo e um objeto luminoso. A lente tem distância focal igual a 4,0 cm e está separada do anteparo por uma distância fixa de 20 cm. O objeto, com altura de 3,0 cm, é deslocado ao longo do eixo óptico da lente até que se tenha sua imagem formada com nitidez sobre o anteparo. Nessa situação, qual a distância do objeto à lente e qual a altura de sua imagem?



Resolução:

Equação de Gauss:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{4,0} = \frac{1}{p} + \frac{1}{20}$

$\frac{1}{p} = \frac{1}{4,0} - \frac{1}{20} \Rightarrow \boxed{p = 5,0\text{ cm}}$

$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{|i|}{3,0} = \frac{20}{5,0} \Rightarrow \boxed{|i| = 12\text{ cm}}$

Respostas: 5 cm e 12 cm

29 (PUC-SP) Leia com atenção a tira abaixo:

Suponha que Bidu, para resolver o problema da amiga, que só tem 6 mm de altura, tenha utilizado uma lente delgada convergente de distância focal 12 cm, colocada a 4 cm da formiguinha. Para o elefante, a altura da formiga, em cm, parecerá ser de:

a) 0,6. b) 0,9. c) 1,2. d) 1,5. e) 1,8.

Resolução:

Usando a Equação do Aumento Linear, temos:

$A = \frac{i}{o} = \frac{f}{f - p}$

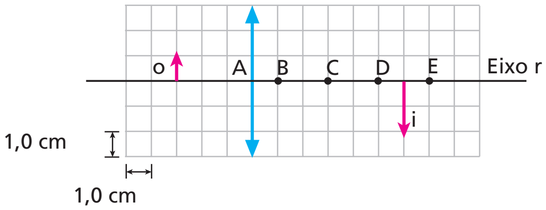
Assim:

$\frac{i}{0,6} = \frac{12}{12 - 4}$

$\boxed{i = 0,9 \text{ cm}}$

Resposta: b

30 Na figura a seguir, estão representados um objeto **o** e sua respectiva imagem **i**, produzida em uma lente delgada convergente:



Mantendo-se fixo o objeto, desloca-se a lente na direção do eixo **r**, até que a nova imagem tenha a mesma altura que o objeto. Nessas condições, o centro óptico **O** da lente deve coincidir com o ponto:

a) **A**; b) **B**; c) **C**; d) **D**; e) **E**.

Resolução:

Situação inicial:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{3,0} + \frac{1}{6,0} \Rightarrow \boxed{f = 2,0 \text{ cm}}$

Situação final:

$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -1 = -\frac{p'}{p}$

$p' = p = x$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{2,0} = \frac{2}{x} \Rightarrow \boxed{x = 4,0 \text{ cm}}$

Lente no ponto **B**.

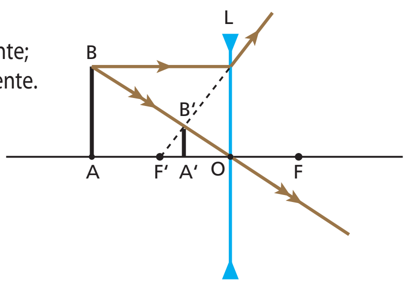
Resposta: b

31 No esquema ao lado, **L** é uma lente divergente, AB é um bastão luminoso e A'B' é a imagem de AB conjugada por **L**:

Sabendo que $A'B' = \frac{AB}{3}$ e que a lente tem distância focal de módulo 30 cm, calcule:

a) a distância de AB à lente;

b) a distância de A'B' à lente.



Resolução:

a) $A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{-30}{-30 - p} \Rightarrow \boxed{p = 60 \text{ cm}}$

b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow -\frac{1}{30} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'}$

$p' = -20 \text{ cm}$

$\boxed{d = |p'| = 20 \text{ cm}}$

Respostas: a) 60 cm; b) 20 cm

32 **E.R.** Um objeto linear de 12 cm de comprimento é colocado diante de uma lente convergente, cuja distância focal é de 15 cm. Sabendo que a distância do objeto à lente é de 60 cm, obtenha, analiticamente, todas as características da imagem.

Resolução:

Como o objeto é real, tem-se $p > 0$: $p = +60$ cm.

Como a lente é convergente, tem-se $f > 0$: $f = +15$ cm.

A partir da função dos pontos conjugados, calculamos **p'**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{15} - \frac{1}{60} = \frac{4 - 1}{60} = \frac{3}{60}$$

$$\boxed{p' = +20 \text{ cm}}$$

Como p' resultou positiva, conclui-se que a imagem é real. Com **p** e **p'** conhecidas, calculamos o aumento linear transversal:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$A = -\frac{20}{60} \Rightarrow \boxed{A = -\frac{1}{3}}$$

Como **A** resultou negativo, conclui-se que a imagem é invertida. E pelo fato de $|A| < 1$, a imagem é menor que o objeto. Lembrando que o comprimento do objeto $|o|$ vale 12 cm, calculamos o comprimento da imagem $|i|$:

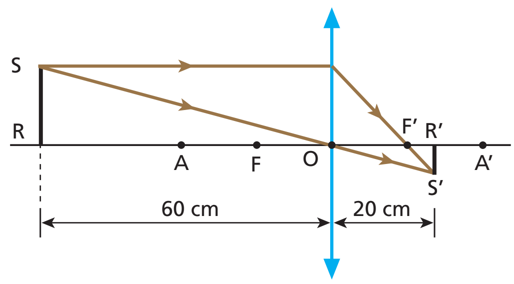
$$A = \frac{i}{o} \Rightarrow |A| = \frac{|i|}{|o|} \Rightarrow |i| = |A| \cdot |o|$$

$$|i| = \frac{1}{3} \cdot 12 \text{ (cm)} \Rightarrow \boxed{|i| = 4,0 \text{ cm}}$$

Finalmente, podemos dizer que:

> A imagem é real, invertida, menor que o objeto e tem 4,0 cm de comprimento.

Convém destacar ainda que, como $15 \text{ cm} < p' < 30 \text{ cm}$ (observe-se que $p' = 20$ cm), a imagem situa-se entre o foco principal imagem e o ponto antiprincipal imagem. O esquema seguinte ilustra a situação:



33 Uma pequena lâmpada fluorescente está acesa e posicionada perpendicularmente ao eixo principal de uma lente delgada convergente. A imagem da lâmpada conjugada por essa lente tem metade do tamanho da lâmpada e se forma sobre um anteparo a 60 cm da lente. Nessas condições, qual a distância focal da lente expressa em centímetros?

Resolução:

(I) $A = -\dfrac{p'}{p} \Rightarrow -\dfrac{1}{2} = -\dfrac{60}{p}$

$\boxed{p = 120 \text{ cm}}$

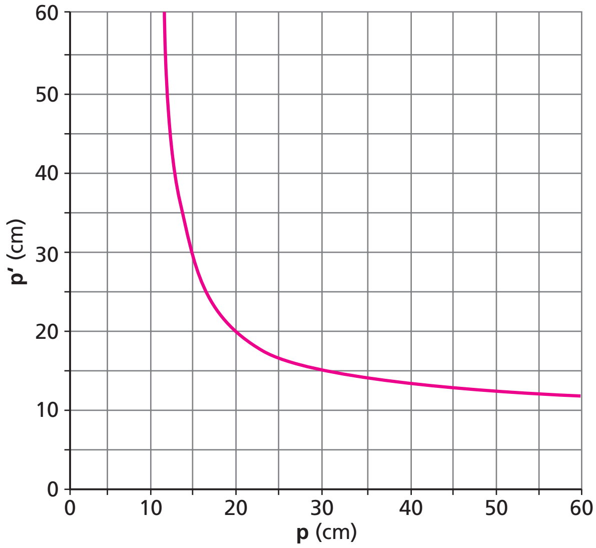
(II) **Gauss:** $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'}$

$\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{120} + \dfrac{1}{60}$

$\boxed{f = 40 \text{ cm}}$

Resposta: 40 cm

34 Parte do gráfico da abscissa-imagem, **p'**, em função da abscissa-objeto, **p**, medidas ao longo do eixo óptico de uma lente esférica que obedece às condições de Gauss, está mostrada abaixo.



a) Determine o comportamento óptico da lente (convergente ou divergente), bem como sua distância focal.

b) Admitindo que a abscissa-objeto seja igual a 5,0 cm, calcule a correspondente abscissa-imagem e também o aumento linear transversal.

Resolução:

a) A lente tem comportamento **convergente**, já que, para valores positivos de **p**, correspondem valores positivos de **p'**.
Do gráfico, para p = 20 cm, tem-se p' = 20 cm.
Aplicando-se a **Equação de Gauss**, vem:

$\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'} \Rightarrow \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{20} + \dfrac{1}{20}$

$\dfrac{1}{f} = \dfrac{2}{20} \Rightarrow f = \dfrac{20}{2}$ (cm)

Donde: $\boxed{f = 10 \text{ cm}}$

b) Para p = 5,0 cm, o correspondente valor de **p'** fica determinado pela **Equação de Gauss**.

$\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'} \Rightarrow \dfrac{1}{10} = \dfrac{1}{5{,}0} + \dfrac{1}{p'}$

$\dfrac{1}{p'} = \dfrac{1}{10} - \dfrac{1}{5{,}0} = \dfrac{1-2}{10}$

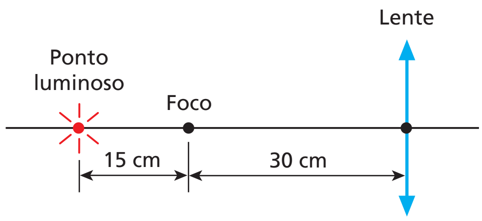
Donde: $\boxed{p' = -10 \text{ cm}}$

$A = -\dfrac{p'}{p} \Rightarrow A = -\dfrac{(-10)}{5{,}0}$

$\boxed{A = 2}$

Respostas: a) Convergente, 10 cm; b) –10 cm, 2

35 A figura representa um ponto luminoso sobre o eixo óptico de uma lente convergente que obedece às condições de Gauss:



a) A que distância da lente está posicionada a imagem do ponto luminoso?

b) Deslocando-se o ponto luminoso 3,0 cm numa direção perpendicular ao eixo óptico da lente, qual o deslocamento sofrido pela imagem?

Resolução:

Equação de Gauss:

a) $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'} \Rightarrow \dfrac{1}{30} = \dfrac{1}{45} + \dfrac{1}{p'}$

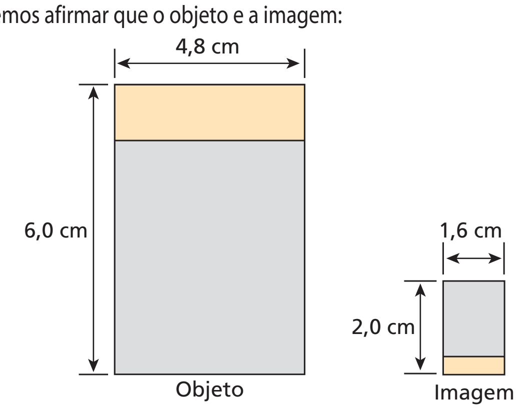
$\dfrac{1}{p'} = \dfrac{1}{30} - \dfrac{1}{45} \Rightarrow \boxed{p' = 90 \text{ cm}}$

b) $\dfrac{i}{o} = -\dfrac{p'}{p} \Rightarrow \dfrac{|i|}{3{,}0} = \dfrac{90}{45}$

$\boxed{|i| = 6{,}0 \text{ cm}}$

Respostas: a) 90 cm; b) 6,0 cm

36 (Fuvest-SP) A figura abaixo mostra, numa mesma escala, o desenho de um objeto retangular e sua imagem, formada a 50 cm de uma lente convergente de distância focal **f**. O objeto e a imagem estão em planos perpendiculares ao eixo óptico da lente.
Podemos afirmar que o objeto e a imagem:



a) estão do mesmo lado da lente e que f = 150 cm.
b) estão em lados opostos da lente e que f = 150 cm.
c) estão do mesmo lado da lente e que f = 37,5 cm.
d) estão em lados opostos da lente e que f = 37,5 cm.
e) podem estar tanto do mesmo lado como em lados opostos da lente e que f = 37,5 cm.

Resolução:
A imagem é invertida e menor que o objeto $\left(A = -\frac{1}{3}\right)$. Logo:

(I) $A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{1}{3} = -\frac{50}{p} \Rightarrow \boxed{p = 150\text{ cm}}$

(II) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{150} + \frac{1}{50}$

Da qual: $\boxed{f = 37,5\text{ cm}}$

Como $p > 0$ e $p' > 0$, o objeto e a imagem estão de lados opostos da lente.

Resposta: d

37 Um objeto real é colocado a 60 cm de uma lente delgada convergente. Aproximando-se de 15 cm o objeto da lente, a nova imagem obtida fica três vezes maior que a anterior, com a mesma orientação. Pode-se então afirmar que a distância focal da lente vale, em centímetros:
a) 7,5 cm; b) 15,0 cm; c) 22,5 cm; d) 30,0 cm; e) 37,5 cm.

Resolução:
1) Utilizando a equação do Aumento Linear Transversal para a primeira posição do objeto ($p_1 = 60$ cm), vem:

$\frac{i_1}{o} = \frac{f}{f - p_1} \Rightarrow \frac{i_1}{o} = \frac{f}{f - 60}$ (I)

2) Utilizando a equação do Aumento Linear Transversal para a segunda posição do objeto ($p_2 = 45$ cm), vem:

$\frac{i_2}{o} = \frac{f}{f - p_2}$

Mas $i_2 = 3i_1$ e, portanto: $\frac{3i_1}{o} = \frac{f}{f - 45}$ (II)

3) Dividindo-se I por II, temos:

$\frac{1}{3} = \frac{f - 45}{f - 60} \Rightarrow 3f - 135 = f - 60 \Rightarrow 2f = 75 \Rightarrow \boxed{f = 37,5\text{ cm}}$

Resposta: e

38 Uma lente bicôncava de vidro, imersa no ar, tem distância focal de módulo igual a 20 cm. Um objeto luminoso linear é disposto perpendicularmente ao eixo óptico, e sua imagem forma-se a 4,0 cm da lente.
a) Determine a distância do objeto à lente.
b) Responda se a imagem obtida pode ser projetada em um anteparo. Justifique.

Resolução:
a) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow -\frac{1}{20} = \frac{1}{p} - \frac{1}{4,0}$

$\frac{1}{p} = -\frac{1}{20} + \frac{1}{4,0} \Rightarrow \boxed{p = 5,0\text{ cm}}$

b) A imagem não pode ser projetada em um anteparo, pois sua natureza é **virtual**.

Respostas: a) 5,0 cm; b) Não, pois sua natureza é virtual.

39 A imagem que uma lente esférica divergente conjuga a um objeto linear colocado perpendicularmente ao seu eixo óptico tem um quarto do tamanho do objeto e está situada a 6,0 cm da lente. Supondo válidas as condições de Gauss, determine:
a) a distância do objeto à lente;
b) a abscissa focal da lente.

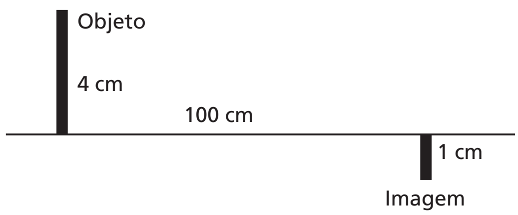
Resolução:
a) $A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{1}{4} = -\frac{(-6,0)}{p} \Rightarrow \boxed{p = 24\text{ cm}}$

b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{24} - \frac{1}{6,0}$

$\frac{1}{f} = \frac{1 - 4}{24} \Rightarrow \boxed{f = -8,0\text{ cm}}$

Respostas: a) 24 cm; b) –8,0 cm

40 (Unicamp-SP) Um sistema de lentes produz a imagem real de um objeto, conforme a figura. Calcule a distância focal e localize a posição de uma lente delgada que produza o mesmo efeito.



Resolução:
$p + p' = 100\text{ cm} \Rightarrow p' = 100 - p$ (I)

$A = \frac{i}{o} \Rightarrow A = -\frac{1}{4}$ (imagem invertida)

$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{1}{4} = -\frac{p'}{p}$ (II)

(I) em (II): $-\frac{1}{4} = -\frac{(100 - p)}{p} \Rightarrow \boxed{p = 80\text{ cm}}$

$A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow -\frac{1}{4} = \frac{f}{f - 80} \Rightarrow \boxed{f = 16\text{ cm}}$

A lente deve situar-se entre o objeto e a imagem, a 80 cm do objeto.

Resposta: f = 16 cm; a lente deve ser colocada entre o objeto e a imagem, a 80 cm do objeto.

41 (Unesp-SP) Um estudante, utilizando uma lente, projeta a imagem da tela da sua televisão, que mede 0,42 m × 0,55 m, na parede oposta da sala. Ele obtém uma imagem plana e nítida com a lente localizada a 1,8 m da tela da televisão e a 0,36 m da parede.
a) Quais as dimensões da tela projetada na parede? Qual a distância focal da lente?
b) Como a imagem aparece na tela projetada na parede: sem qualquer inversão? Invertida apenas na vertical (de cabeça para baixo)? Invertida na vertical e na horizontal (de cabeça para baixo e trocando o lado esquerdo pelo direito)? Justifique.

Resolução:

a) Do exposto no enunciado, temos:

$p = 1{,}8\ m$

$p' = 0{,}36\ m$

$o_v = 0{,}42\ m$ (dimensão vertical da tela da televisão)

$o_h = 0{,}55\ m$ (dimensão horizontal da tela da televisão)

I) Utilizando-se a equação do Aumento Linear Transversal para a dimensão vertical da tela, vem:

$$\frac{i_v}{o_v} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{i_v}{0{,}42} = \frac{-0{,}36}{1{,}8} \Rightarrow i_v = -0{,}084\ m$$

$$\boxed{|i_v| = 0{,}084\ m}$$

II) Utilizando-se a equação do Aumento Linear Transversal, para a dimensão horizontal da tela, vem:

$$\frac{i_h}{o_h} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{i_h}{0{,}55} = \frac{-0{,}36}{1{,}8} \Rightarrow i_h = -0{,}11\ m$$

$$\boxed{|i_h| = 0{,}11\ m}$$

III) Portanto, as dimensões da imagem da tela, projetada na parede, são:

$0{,}084\ m \times 0{,}11\ m$

IV) A distância focal da lente (**f**) pode ser obtida pela **Equação de Gauss**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{1{,}8} + \frac{1}{0{,}36} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}30\ mm}$$

Com $f > 0$, a lente é convergente.

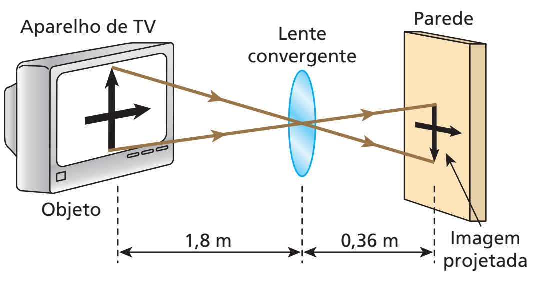
b) Do item anterior, temos:

$i_v = -0{,}084\ m$

$i_h = -0{,}11\ m$

Como $i_v < 0$ e $i_h < 0$, concluímos que a imagem da tela, projetada na parede, é invertida na vertical ("de cabeça para baixo") e também na horizontal ("trocando o lado esquerdo pelo direito").

Esquematicamente, temos:



Respostas: a) 0,084 m · 0,11 m, 0,30 mm; b) Invertida na vertical e na horizontal.

42 Um pequeno bastão luminoso é disposto paralelamente a uma parede, a 338 cm de distância. Entre o bastão e a parede é instalada uma lente esférica convergente, de distância focal igual a 24 cm, de modo que projete na parede uma imagem nítida e ampliada do bastão. Supondo válidas as condições de Gauss, determine:

a) a distância entre a lente e a parede;

b) quantas vezes a imagem projetada é maior que o bastão.

Resolução:

a) $p + p' = 338 \Rightarrow p = 338 - p'$ (I)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{24} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \qquad \text{(II)}$$

Substituindo-se (I) em (II):

$$\frac{1}{24} = \frac{1}{338 - p'} + \frac{1}{p'}$$

Resolvendo, obtêm-se: $p'_1 = 312$ cm e $p'_2 = 26$ cm.

Se a imagem projetada é ampliada, a solução conveniente é:

$$\boxed{p' = 312\ cm}$$

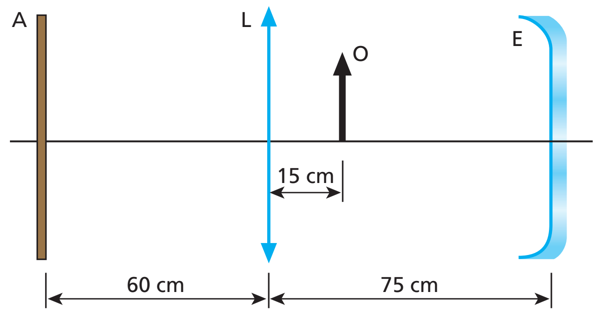
b) De (I): $p = 338 - 312$ (cm) $\Rightarrow \boxed{p = 26\ cm}$

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow A = -\frac{312}{26} \Rightarrow \boxed{A = -12}$$

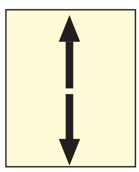
A imagem é **invertida** e de tamanho12 vezes maior que o do objeto.

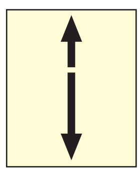
Respostas: a) 312 cm; b) 12 vezes

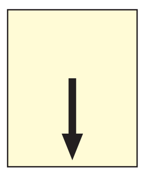
43 Uma lente esférica convergente **L** e um espelho esférico côncavo **E**, ambos em operação de acordo com as condições de aproximação de Gauss, são dispostos coaxialmente conforme representa o esquema. Um anteparo retangular **A** e um objeto linear **O** em forma de seta, ambos perpendiculares ao eixo do sistema, são posicionados nos locais indicados, iluminando-se o objeto por todos os lados.

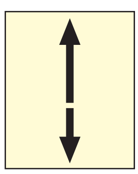


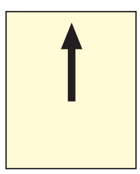
Sendo de 12 cm e 30 cm as distâncias focais de **L** e **E**, respectivamente, a melhor representação para a figura projetada em **A** é:

a) 

c) 

e) 

b) 

d) 

Resolução:

(I) **Lente:** $\frac{1}{f_L} = \frac{1}{p_L} + \frac{1}{p'_L}$

$\frac{1}{12} = \frac{1}{15} + \frac{1}{p'_L} \Rightarrow \frac{1}{p'_L} = \frac{1}{12} - \frac{1}{15}$

$\boxed{p'_L = 60 \text{ cm}}$

$A_L = -\frac{p'_L}{p_L} \Rightarrow A_L = -\frac{60}{15}$

$\boxed{A_L = -4}$

(Imagem invertida e de tamanho 4 vezes maior que o de **O**.)

(II) **Espelho:** $\frac{1}{f_E} = \frac{1}{p_E} + \frac{1}{p'_E}$

$\frac{1}{30} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'_E} \Rightarrow \frac{1}{p'_E} = \frac{1}{30} - \frac{1}{60} \Rightarrow \boxed{p'_E = 60 \text{ cm}}$

$A_E = -\frac{p'_E}{p_E} = -\frac{60}{60} \Rightarrow \boxed{A_E = -1}$

A imagem produzida por **E** é real, invertida, do mesmo tamanho de **O** e situada na mesma posição de **O**.
Esta imagem, comporta-se como objeto real em relação a **L**, que projeta em **A** uma imagem invertida desse "objeto", do mesmo tamanho da imagem de **O** citada no item (I).

Resposta: a

44 **E.R.** Considere uma lente plano-convexa de vidro imersa no ar, em que o raio de curvatura da face convexa vale 25 cm. Se o índice de refração do vidro vale 1,5, calcule a distância focal e a vergência da lente.

Resolução:
Trata-se de uma aplicação direta da **Equação dos Fabricantes de Lentes**:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_m} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

No caso, $n_L = 1,5$, $n_m = 1,0$ e $R_1 = +25$ cm (na face convexa, $R > 0$).
O raio de curvatura R_2 tende ao infinito, já que a face correspondente a ele é plana. Por isso, o termo $\frac{1}{R_2}$ tende a zero, conduzindo-nos a:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1,5}{1,0} - 1\right)\left(\frac{1}{25} + 0\right)$$

$$\frac{1}{f} = 0,50 \cdot \frac{1}{25} \Rightarrow \boxed{f = 50 \text{ cm} = 0,50 \text{ m}}$$

A vergência é dada pelo inverso da distância focal.

$$V = \frac{1}{f} \Rightarrow V = \frac{1}{0,50} \text{ (di)} \Rightarrow \boxed{V = 2,0 \text{ di}}$$

A lente é convergente, já que $f > 0$ e $V > 0$.

45 Uma lente delgada biconvexa de raios de curvatura iguais a 50 cm, feita de material de índice de refração 1,5, está imersa no ar (índice de refração igual a 1,0). A que distância da lente deve-se colocar um objeto real para que sua imagem se forme no infinito?

Resolução:
Equação de Halley:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_M} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1,5}{1,0} - 1\right)\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{50}\right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{50} \Rightarrow \boxed{f = 50 \text{ cm}}$$

Para que a imagem se forme no infinito, o objeto deve ser colocado no foco da lente. Logo:

$\boxed{d = f = 50 \text{ cm}}$

Resposta: 50 cm

46 Uma lente esférica de vidro ($n_v = 1,5$) tem uma face plana e a outra côncava, com raio de curvatura de 1,0 m. Sabendo que a lente está imersa no ar ($n_{ar} = 1,0$), determine:

a) a abscissa focal da lente;
b) sua vergência;
c) seu comportamento óptico (convergente ou divergente).

Resolução:

a) $\frac{1}{f} = (n_{2,1} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

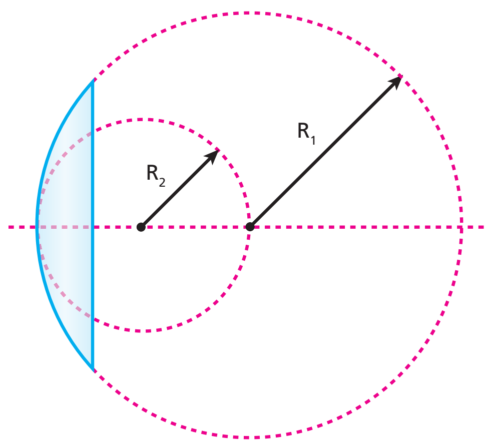
$\frac{1}{f} = (1,5 - 1)\left(0 + \frac{1}{1,0}\right) \Rightarrow \boxed{f = -2,0 \text{ m}}$

b) $V = \frac{1}{f} = -\frac{1}{2,0} \text{ di} \Rightarrow \boxed{V = -\,0,50 \text{ di}}$

c) Como $V < 0 \Rightarrow$ **Lente divergente**

Respostas: a) –2,0 m; b) –0,5 di; c) Divergente

47 Uma lente plano-convexa de vidro em operação no ar apresenta distância focal f_1 quando o raio de curvatura de sua face esférica tem medida R_1. Desgastando-se essa lente, faz-se com que o raio de curvatura da face esférica adquira a medida R_2, conforme indica a figura a seguir.



Sendo f_2 a distância focal da lente depois do desgaste, é correto afirmar que:

a) $f_2 = \frac{1}{2} f_1$;
b) $f_2 = f_1$;
c) $f_2 = 2f_1$;
d) $f_2 = 3f_1$;
e) o valor de f_2 está indeterminado, já que não é conhecida a relação entre R_2 e R_1.

Resolução:
Sendo **R** o raio de curvatura da face esférica de uma lente plano-convexa e **n** o índice de refração relativo entre seu material e o meio externo, a distância focal **f** fica determinada pela Equação dos Fabricantes de Lentes, dada abaixo:

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\frac{1}{R}$$

Donde: $\boxed{f = \frac{R}{n - 1}}$

É importante notar que, sendo **n** constante, **f** é diretamente proporcional a **R**.
Observando-se a figura, concluímos que o polimento da lente faz com que o raio de curvatura de sua face esférica seja reduzido à metade.

Assim, se $R_2 = \frac{1}{2} R_1$, decorre que:

$$\boxed{f_2 = \frac{1}{2} f_1}$$

Resposta: a

48 E.R. São justapostas três lentes delgadas **A**, **B** e **C** com vergências $V_A = +4$ di, $V_B = -3$ di e $V_C = +1$ di.

a) Qual é a vergência e qual a distância focal do sistema resultante?
b) O comportamento óptico do sistema resultante é convergente ou divergente?

Resolução:

a) A vergência equivalente a uma associação delgada de lentes justapostas é calculada por:

$$\boxed{V = V_1 + V_2 + ... + V_n}$$

No caso:

$$V = V_A + V_B + V_C$$

Substituindo os valores de V_A, V_B e V_C, segue que:

$$V = +4 \text{ di} - 3 \text{ di} + 1 \text{ di} \Rightarrow \boxed{V = +2 \text{ di}}$$

Sendo $V = \frac{1}{f}$, calculamos **f**, que é a distância focal equivalente à associação:

$$V = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{V} = \frac{1}{+2 \text{ di}} = 0{,}5 \text{ m}$$

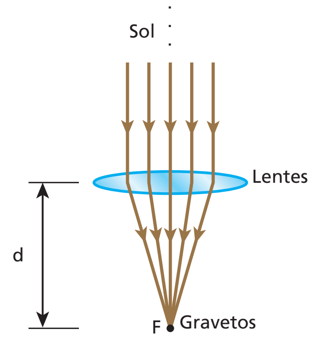
$$\boxed{f = 0{,}5 \text{ m} = 50 \text{ cm}}$$

b) Como a vergência do sistema resultante é positiva (V = +2 di), ele tem comportamento **convergente**.

49 Admita que um náufrago tenha conseguido chegar a uma ilha deserta levando consigo apenas um conjunto de duas lentes justapostas, uma delas com vergência $V_1 = +3{,}0$ di e a outra com vergência $V_2 = -1{,}0$ di. Para acender uma fogueira concentrando raios solares, ele utilizará o Sol do meio-dia, dispondo as lentes paralelamente ao solo, onde fez um amontoado de gravetos e folhas secas. Para obter fogo no menor intervalo de tempo possível, o náufrago deverá colocar as lentes a uma distância dos gravetos e folhas secas igual a:

a) 2,0 m; b) 1,5 m; c) 1,0 m; d) 0,50 m; e) 0,25 m.

Resolução:



$V = V_1 + V_2 \Rightarrow V = 3{,}0 - 1{,}0$ (di)

$\boxed{V = 2{,}0 \text{ di}}$

$f = \frac{1}{V} \Rightarrow f = \frac{1}{2{,}0}$ (m)

$\boxed{f = 0{,}50 \text{ m}}$

$\boxed{d = f = 0{,}50 \text{ m}}$

Resposta: d

50 Uma lente esférica de vidro, envolvida pelo ar, tem raios de curvatura iguais. Sabendo que o índice de refração do vidro em relação ao ar vale $\frac{3}{2}$ e que a convergência da lente é de +5 di:

a) calcule o raio de curvatura comum às faces da lente;
b) classifique a lente como biconvexa ou bicôncava.

Resolução:

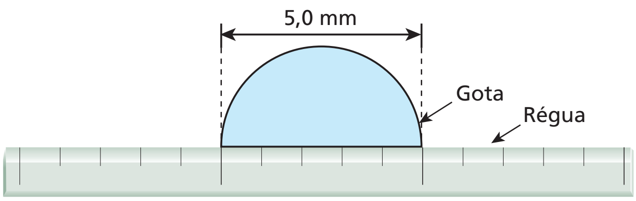
a) $V = (n_{2,1} - 1)\frac{2}{R}$

$$5 = \left(\frac{3}{2} - 1\right)\frac{2}{R} \Rightarrow \boxed{R = 0{,}20 \text{ m} = 20 \text{ cm}}$$

b) A lente é convergente, pois V > 0, e **biconvexa**, pois ($n_{2,1} > 1$).

Respostas: a) 20 cm; b) Biconvexa

51 (Unifesp-SP) Um estudante observa uma gota de água em repouso sobre sua régua de acrílico, como ilustrado na figura.



Curioso, percebe que, ao olhar para o caderno de anotações através dessa gota, as letras aumentam ou diminuem de tamanho conforme afasta ou aproxima a régua do caderno. Fazendo alguns testes e algumas considerações, ele percebe que a gota de água pode ser utilizada como uma lente e que os efeitos ópticos do acrílico podem ser desprezados. Se a gota tem raio de curvatura de 2,5 mm e índice de refração 1,35 em relação ao ar:

a) Calcule a convergência **C** dessa lente.
b) Suponha que o estudante queira obter um aumento de 50 vezes para uma imagem direita, utilizando essa gota. A que distância **d** da lente deve-se colocar o objeto?

Resolução:

a) Usando a Equação de Halley, temos:

$$C = \left(\frac{n_L}{n_M} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Sendo

$R_1 = +2,5 \text{ mm} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ e

$R_2 \to \infty$ (face plana) $\Rightarrow \frac{1}{R_2} \to 0$

Vem:

$$C = (1,35 - 1)\left(\frac{1}{2,5 \cdot 10^{-3}} - 0\right) \text{ (di)}$$

$$C = 0,35 \cdot 400 \text{ (di)}$$

$$\boxed{C = 1,4 \cdot 10^2 \text{ di}}$$

b) O aumento provocado na imagem pode ser determinado por:

$$A = \frac{f}{f - p}$$

Sendo:

$$C = \frac{1}{f} = 140 \text{ di} \quad \text{e} \quad f = +\frac{1}{140} \text{ m},$$

temos:

$$50 = \frac{\frac{1}{140}}{\frac{1}{140} - d} \Rightarrow \frac{50}{140} - 50d = \frac{1}{140}$$

$$50 - 7000d = 1$$

$$7000d = 49 \Rightarrow \boxed{d = 7,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$$

Respostas: a) $1,4 \cdot 10^2$ di; b) $7,0 \cdot 10^{-3}$ m

52 (UFC-CE) Uma lente esférica delgada, construída de um material de índice de refração **n**, está imersa no ar ($n_{ar} = 1,00$). A lente tem distância focal **f** e suas superfícies esféricas têm raios de curvatura R_1 e R_2. Esses parâmetros obedecem a uma relação, conhecida como "equação dos fabricantes", expressa por

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

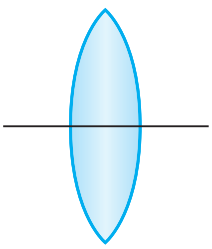


Figura I

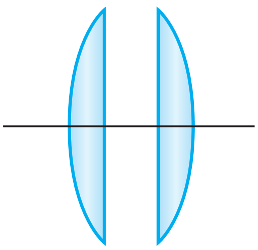


Figura II

Suponha uma lente biconvexa de raios de curvatura iguais ($R_1 = R_2 = R$), distância focal f_0 e índice de refração n = 1,8 (figura I). Essa lente é partida ao meio, dando origem a duas lentes plano-convexas iguais (figura II). A distância focal de cada uma das novas lentes é:

a) $\frac{1}{2} f_0$.
b) $\frac{4}{5} f_0$.
c) f_0.
d) $\frac{9}{5} f_0$.
e) $2f_0$.

Resolução:

Figura I: $\frac{1}{f_0} = (1,8 - 1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \Rightarrow \frac{1}{f_0} = \frac{1,6}{R}$

Assim: $f_0 = \frac{R}{1,6}$ (I)

Figura II: $\frac{1}{f} = (1,8 - 1)\left(\frac{1}{R} + \underbrace{\frac{1}{\infty}}_{\text{tende a zero}}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{0,8}{R}$

Assim: $f = \frac{R}{0,8}$ (II)

Comparando-se (I) e (II): $\boxed{f = 2f_0}$

Resposta: e

53 Um estudante possui uma lente côncavo-convexa de vidro $\left(n_v = \frac{3}{2}\right)$, cujas faces têm raios de curvatura 10 cm e 5,0 cm. Sabendo que a lente é utilizada no ar ($n_{ar} = 1$) e posteriormente na água $\left(n_A = \frac{4}{3}\right)$, responda:

a) Do ar para a água os planos focais aproximam-se ou afastam-se do centro óptico?
b) Qual é a variação da distância focal da lente?

Resolução:

a) **No ar:** $\frac{1}{f_1} = \left(\frac{3}{2} - 1\right)\left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{5,0}\right)$

$\boxed{f_1 = 20 \text{ cm}}$

Na água: $\frac{1}{f_2} = \left(\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} - 1\right)\left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{5,0}\right)$

$\boxed{f_2 = 80 \text{ cm}}$

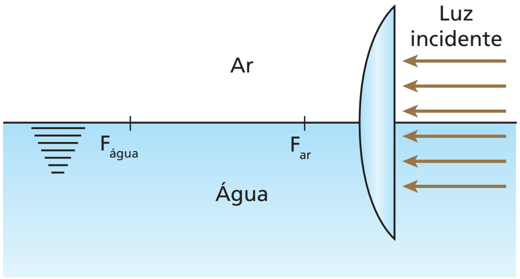
Como $f_2 > f_1$, tem-se que, do ar para a água, os planos focais **afastam-se** do centro óptico.

b) $\Delta f = f_2 - f_1 \Rightarrow \Delta f = 80 \text{ cm} - 20 \text{ cm}$

$\boxed{\Delta f = 60 \text{ cm}}$

Respostas: a) Afastam-se; b) 60 cm.

54 (UFTM-MG) Em um laboratório, uma lente plano-convexa de raio de curvatura 0,5 m é parcialmente mergulhada em água, de modo que o eixo principal fique no mesmo plano da superfície de separação entre a água e o ar. Um feixe de luz, incidindo paralelamente a esse eixo, após passar pela lente, converge para dois focos distintos (F_{ar} e $F_{água}$). Na região em que a lente está imersa no ar, a convergência é de 1 di.



Se o índice de refração do ar tem valor 1 e o índice de refração da água, valor $\frac{4}{3}$, a convergência da parte da lente mergulhada no líquido é, em di:

a) $\frac{1}{4}$.
b) $\frac{3}{5}$.
c) $\frac{2}{3}$.
d) $\frac{3}{4}$.
e) $\frac{4}{5}$.

Resolução:

Equação de Halley: $V = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_M} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

(I) Parte mergulhada no ar:

$$1 = \left(\frac{n_L}{1} - 1\right)\left(\frac{1}{0,5}\right) \Rightarrow \boxed{n_L = \frac{3}{2}}$$

(II) Parte mergulhada na água:

$$V_{água} = \left(\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} - 1\right)\left(\frac{1}{0,5}\right) \text{ (di)}$$

Donde: $\boxed{V_{água} = \frac{1}{4} \text{ di}}$

Resposta: a

55 (Vunesp-SP) Duas lentes delgadas, uma convergente e outra divergente, com distâncias focais respectivamente iguais a 1 m e –2 m, encontram-se justapostas. Um objeto é colocado a 3 m das lentes. Desprezando a espessura do sistema de lentes, determine a distância entre a imagem e esse sistema.

Resolução:

(I) $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \Rightarrow f = 2 \text{ m}$

(II) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \boxed{p' = 6 \text{ m}}$

Resposta: 6 m

56 Um objeto luminoso de altura igual a 15 cm é colocado perpendicularmente ao eixo óptico de uma lente esférica convergente que obedece às condições de Gauss. Sabendo que a imagem obtida tem altura igual a 3,0 cm e está a 30 cm do objeto, determine a vergência da lente.

Resolução:

$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{3,0}{15} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p = 5p'$ (I)

$p + p' = 30$ (II)

(I) em (II):

$5p' + p' = 30 \Rightarrow p' = 5,0 \text{ cm}$

Logo, de (II): $p = 25 \text{ cm}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow V = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{0,050}$ (di)

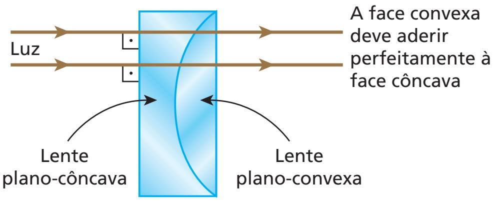
$\boxed{V = 24 \text{ di}}$

Resposta: 24 di

57 (Vunesp-SP) Suponha que você tenha em mãos duas lentes de mesmo diâmetro e confeccionadas com o mesmo tipo de vidro, mas uma plano-convexa (convergente) e outra plano-côncava (divergente). Como proceder para verificar, sem auxílio de instrumentos de medição, se a convergência de uma é igual, em módulo, à divergência da outra?

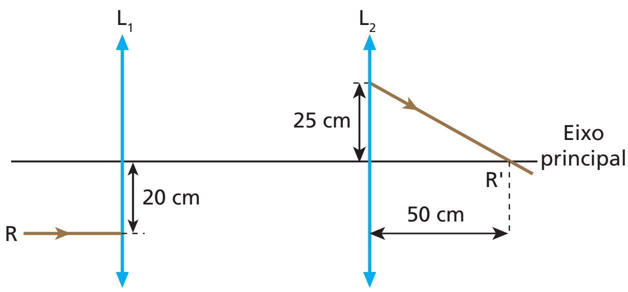
Resolução:

As lentes devem ser associadas conforme ilustra a figura, de modo que formem uma **lâmina de faces paralelas**.



Resposta: A face convexa deve aderir perfeitamente à face côncava. 

58 Um raio de luz monocromática **R** incide paralelamente ao eixo principal de um sistema óptico composto por duas lentes convergentes, L_1 e L_2, produzindo um raio emergente R', conforme ilustra a figura a seguir. A vergência da lente L_2 é igual a 4,0 di.



Determine:
a) a distância focal da lente L_1;
b) a distância entre as lentes.

Resolução:

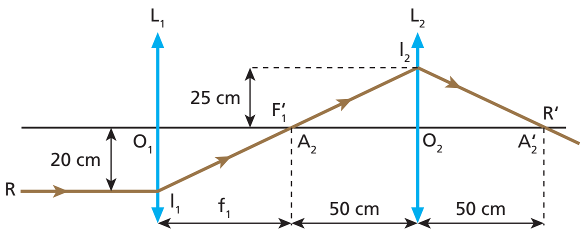
a) Da definição de vergência, temos:

$$V_2 = \frac{1}{f_2}$$

$$4{,}0 = \frac{1}{f_2} \Rightarrow f_2 = \frac{1}{4{,}0} \text{ (m)}$$

$$\boxed{f_2 = 0{,}25 \text{ m ou } 25 \text{ cm}}$$

Pela figura, conclui-se que o raio emergente R' passa pelo ponto antiprincipal imagem de L_2 e, portanto, temos:



Como o raio incidente **R** é paralelo ao eixo principal, pode-se afirmar que o foco principal imagem de L_1 coincide com o ponto antiprincipal objeto de L_2.

Da semelhança entre os triângulos $A_2I_1O_1$ e $A_2I_2O_2$, vem:

$$\frac{f_1}{20} = \frac{50}{25}$$

$$\boxed{f_1 = 40 \text{ cm}}$$

b) A distância entre as lentes é dada por:

$D = f_1 + 2f_2$

$D = 40 + 50$ (cm)

$$\boxed{D = 90 \text{ cm}}$$

Respostas: a) 40 cm; b) 90 cm

59 (Unisa-SP) Um objeto luminoso é colocado a 60 cm de uma lente convergente de 20 cm de distância focal. Uma segunda lente convergente, de 30 cm de distância focal, é colocada a 80 cm da primeira lente, tendo seus eixos principais coincidentes. A que distância da segunda lente se forma a imagem final fornecida pelo sistema?

Resolução:

(I) $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'_1}$

Da qual: $\boxed{p'_1 = 30 \text{ cm}}$

(II) A imagem real produzida pela primeira lente comporta-se como objeto real em relação à segunda.

$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{50} + \frac{1}{p'_2}$

Da qual: $\boxed{p'_2 = 75 \text{ cm}}$

Resposta: 75 cm

60 (Vunesp-SP) As figuras representam feixes paralelos de luz monocromática incidindo, pela esquerda, nas caixas **A** e **B**, que dispõem de aberturas adequadas para a entrada e a saída dos feixes:

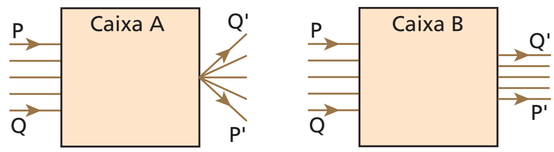


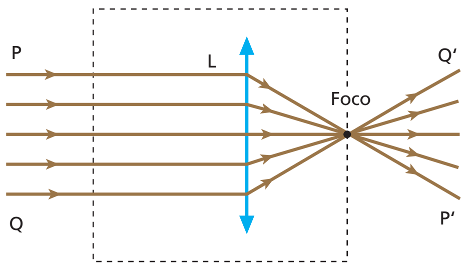
Figura A Figura B

Para produzir esses efeitos, dispunha-se de um conjunto de lentes convergentes e divergentes de diversas distâncias focais.

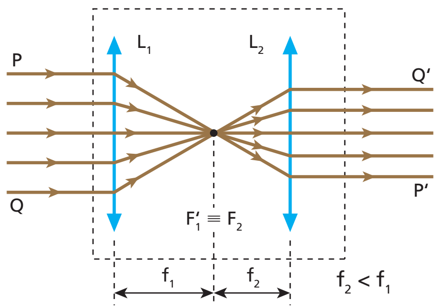
a) Copie a figura **A** e, em seguida, desenhe no interior da caixa uma lente que produza o efeito mostrado; complete a trajetória dos raios e indique a posição do foco da lente.

b) Copie a figura **B** e, em seguida, desenhe no interior da caixa um par de lentes que produza o efeito mostrado; complete a trajetória dos raios e indique as posições dos focos das lentes.

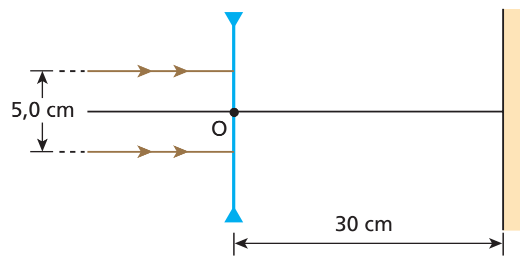
Respostas: a)



b)

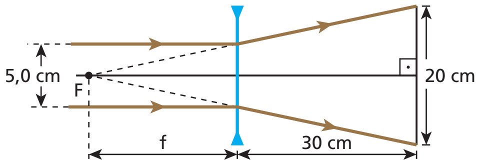


61 Monta-se um anteparo opaco perpendicularmente ao eixo principal de uma lente delgada divergente, a 30 cm do centro óptico da lente:



Um feixe cilíndrico de luz monocromática, com 5,0 cm de diâmetro, incide na lente de modo que seus raios luminosos fiquem paralelos ao eixo principal. Sabendo que depois da refração na lente o feixe ilumina, no anteparo, uma região circular de 20 cm de diâmetro, calcule o valor absoluto da distância focal da lente.

Resolução:

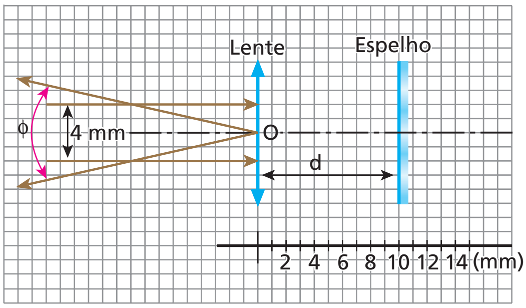


Tendo em conta a semelhança dos triângulos da figura, vem:

$$\frac{|f| + 30}{|f|} = \frac{20}{5{,}0} \Rightarrow \boxed{|f| = 10\text{ cm}}$$

Resposta: 10 cm

62 (Fuvest-SP) Um *laser* produz um feixe paralelo de luz, com 4 mm de diâmetro. Utilizando um espelho plano e uma lente delgada convergente, deseja-se converter o feixe paralelo em um feixe divergente propagando-se em sentido oposto. O feixe divergente deve ter abertura total $\phi = 0{,}4$ radiano, passando pelo centro óptico **O** da lente. A figura abaixo mostra a configuração do sistema. Como $\boldsymbol{\phi}$ é pequeno, pode-se considerar $\phi \simeq \text{sen}\ \phi \simeq \text{tg}\ \phi$.

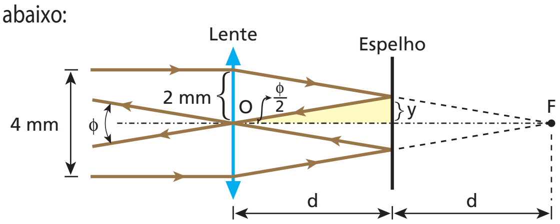


Para se obter o efeito desejado, a distância focal **f** da lente e a distância **d** da lente ao espelho devem valer:

a) f = 10 mm; d = 5 mm.
b) f = 5 mm; d = 10 mm.
c) f = 20 mm; d = 10 mm.
d) f = 10 mm; d = 20 mm.
e) f = 5 mm; d = 5 mm.

Resolução:

A situação proposta é viabilizada pelos raios de luz traçados no esquema abaixo:



Semelhança de triângulos:

$$\frac{y}{d} = \frac{2\text{ mm}}{2d} \Rightarrow \boxed{y = 1\text{ mm}}$$

No triângulo destacado:

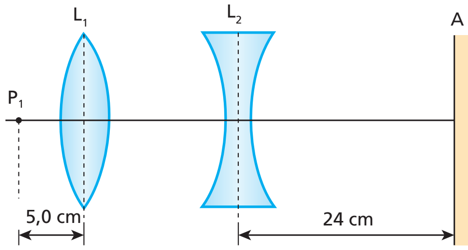
$$\text{tg}\,\frac{\phi}{2} = \frac{y}{d} \Rightarrow \frac{\phi}{2} \simeq \frac{y}{d}$$

$$\frac{0{,}4}{2} \simeq \frac{1}{d} \Rightarrow \boxed{d = 5\text{ mm}}$$

$$f = 2d = 2 \cdot 5\text{ mm} \Rightarrow \boxed{f = 10\text{ mm}}$$

Resposta: a

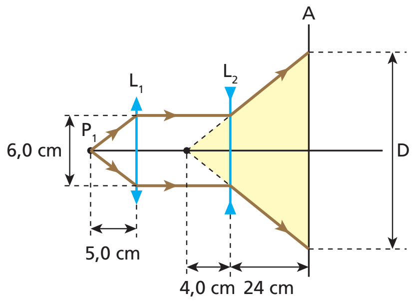
63 (ITA-SP – mod.) Considere um sistema composto de duas lentes circulares esféricas delgadas de 6,0 cm de diâmetro, dispostas coaxialmente, como indica a figura. L_1 é uma lente convergente de distância focal de módulo igual a 5,0 cm e L_2 é uma lente divergente de distância focal de módulo igual a 4,0 cm. No ponto P_1, à esquerda do sistema, é colocado um objeto luminoso puntiforme a 5,0 cm de L_1. À direita de L_2, a uma distância d = 24 cm, é colocado um anteparo **A**, perpendicular ao eixo do sistema.



Assim, temos que:

a) sobre o anteparo **A** forma-se uma imagem real puntiforme de P_1.
b) sobre o anteparo **A** aparece uma região iluminada circular com 12 cm de diâmetro.
c) sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular com 6,0 cm de diâmetro.
d) o anteparo fica iluminado uniformemente em uma região muito grande.
e) sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular com 42 cm de diâmetro.

Resolução:



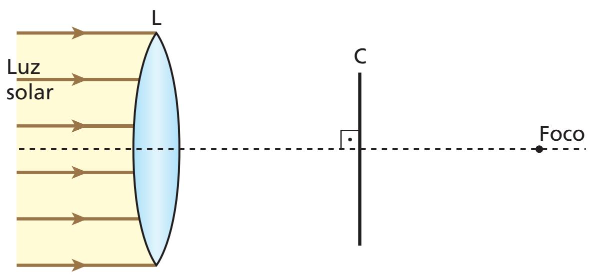
Os triângulos destacados são semelhantes.

Logo:

$$\frac{D}{6{,}0} = \frac{4{,}0 + 24}{4{,}0} \Rightarrow \boxed{D = 42\text{ cm}}$$

Resposta: e

64 (Fuvest-SP – mod.) Uma lente circular convergente **L**, de área 20 cm² e distância focal 12 cm, é colocada perpendicularmente aos raios solares, que neste local têm uma intensidade de radiação de 0,10 W/cm². Admita que 20% da radiação incidente na lente seja absorvida por ela. Um coletor solar **C** é colocado entre a lente e seu foco, a 6 cm da lente, conforme representa o esquema a seguir.

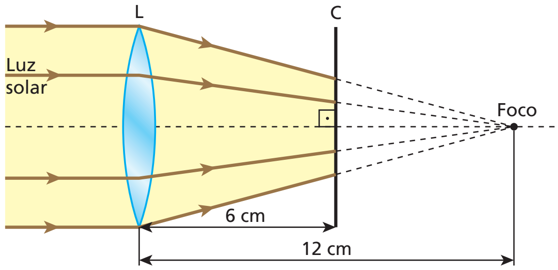


Suponha que toda energia incidente no coletor seja absorvida por ele e usada para aquecer 1 cm^3 de água, inicialmente a 20 °C. Adotando para a água calor específico sensível igual a 1 cal/g °C e densidade absoluta igual a 1 g/cm^3, e considerando 1 cal = 4 J, responda:

a) Qual a temperatura da água ao fim de 2 min do aquecimento?
b) Qual a intensidade de radiação solar incidente no coletor?

Resolução:

a) A luz refratada pela lente atinge o coletor conforme representa a figura abaixo:



Sendo I_L a intensidade de radiação transmitida pela lente, temos:

$I_L = 80\%\ I_{total} = 0{,}80 \cdot 0{,}10\ (W/cm^2)$

$\boxed{I_L = 8{,}0 \cdot 10^{-2}\ W/cm^2}$

A potência P_L transmitida pela lente é dada por:

$I_L = \dfrac{P_L}{A_L} \Rightarrow 8{,}0 \cdot 10^{-2} = \dfrac{P_L}{20}$

$\boxed{P_L = 1{,}6\ W}$

Essa potência é totalmente absorvida pelo coletor e transformada em potência térmica que vai ser utilizada para aquecer a água.

$Q = m\, c\, \Delta\theta \Rightarrow P_L\, \Delta t = \mu V c\, \Delta\theta$

$\dfrac{1{,}6 \cdot 2 \cdot 60}{4} = 1 \cdot 1 \cdot 1\ (\theta - 20°)$

Donde: $\boxed{\theta = 68\ °C}$

b) No coletor, projeta-se uma área iluminada circular A_C de diâmetro d_C, que pode ser relacionado com o diâmetro d_L da lente por semelhança de triângulos.

$\dfrac{d_C}{6} = \dfrac{d_L}{12} \Rightarrow \boxed{d_C = \dfrac{d_L}{2}}$

Como a área do círculo é proporcional ao quadrado do diâmetro (ou do raio), determina-se o valor da área A_C iluminada no coletor.

Se $d_C = \dfrac{d_L}{2}$, então, $A_C = \dfrac{A_L}{4} = \dfrac{20}{4}\ (cm^2)$

$\boxed{A_C = 5\ cm^2}$

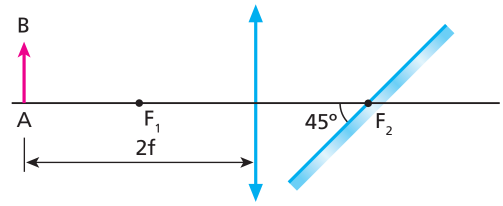
A intensidade de radiação solar incidente no coletor é obtida por:

$I_C = \dfrac{P_L}{A_C} \Rightarrow I_C = \dfrac{1{,}6}{5}\ (W/cm^2)$

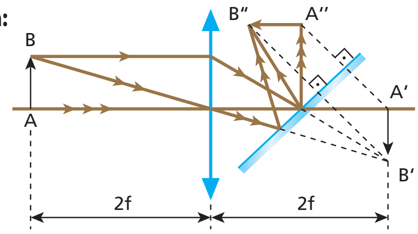
$\boxed{I_C = 0{,}32\ W/cm^2}$

Respostas: a) 68 °C; b) 0,32 W/cm²

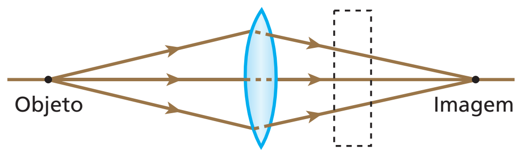
65 (Unicamp-SP) O sistema óptico esboçado na figura consiste em uma lente convergente de distância focal **f** e em um espelho plano que contém o foco F_2 da lente. Um pequeno objeto AB encontra-se a uma distância 2f da lente, como indica a figura. Os raios luminosos provenientes de AB e refletidos pelo espelho não atingem a lente novamente. Refaça a figura e construa a imagem de AB produzida pelo sistema óptico.



Resposta:



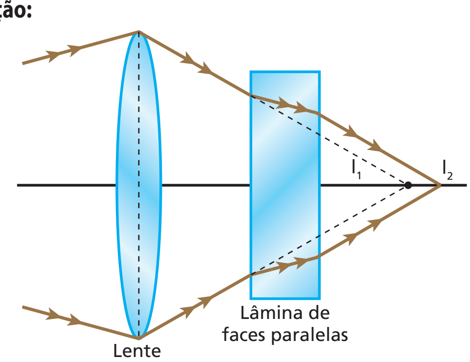
66 (Vunesp-SP) Uma lâmina de vidro óptico de faces paralelas, cuja espessura é de aproximadamente 1 cm, será interposta perpendicularmente, entre uma lente convergente e a imagem real (que a lente produz) de um objeto iluminado com luz monocromática. Observe a figura:



Com a inserção da lâmina:

a) a posição da imagem não se altera.
b) a imagem se aproxima da lente.
c) a imagem se afasta da lente.
d) não se forma mais a imagem.
e) formam-se duas imagens reais separadas por uma distância menor que 1 cm.

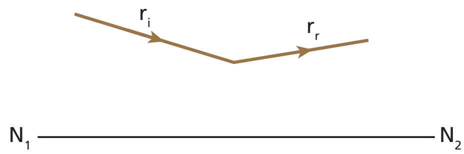
Resolução:



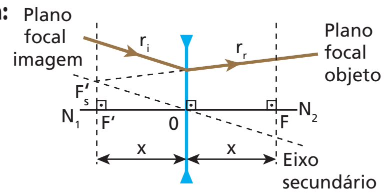
Com a inserção da lâmina de faces paralelas, **a imagem se afasta da lente**, passando de I_1 para I_2.

Resposta: c

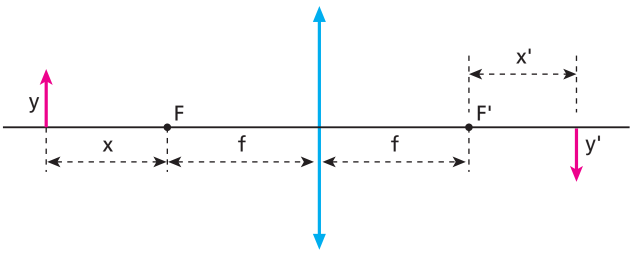
67 (Unicamp-SP) Na figura abaixo, r_i é um raio de luz que incide em uma lente delgada cujo eixo óptico é N_1N_2 e r_r é o correspondente raio refratado. Refaça a figura e mostre como se podem determinar graficamente os focos da lente.



Resposta:



68 Um objeto real **y** é colocado a uma distância **x** do foco objeto principal de uma lente esférica convergente, perpendicularmente ao seu eixo principal. A imagem y' conjugada pela lente a esse objeto é real e situa-se a uma distância x' do foco imagem principal, conforme indica a figura.



Supondo-se válidas as condições de Gauss, pode-se afirmar que a distância focal da lente é dada por:

a) $x + x'$;
b) $x - x'$;
c) $x \cdot x'$;
d) $\sqrt{\dfrac{x}{x'}}$;
e) $\sqrt{x \cdot x'}$.

Resolução:

Equação de Gauss: $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'}$

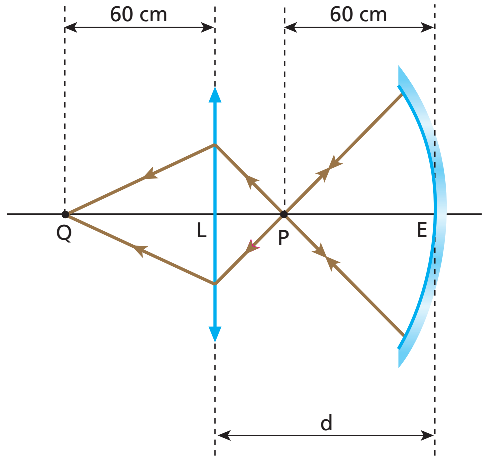
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f+x} + \frac{1}{f+x'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{f + x' + f + x}{(f + x)(f + x')} \Rightarrow f^2 + f\,x' + f\,x + x\,x' = 2f^2 + fx' + fx$$

$$f^2 = xx' \Rightarrow \boxed{f = \sqrt{x\,x'}}$$

Resposta: e

69 Um espelho esférico côncavo **E**, de distância focal f_E, e uma lente delgada convergente **L**, de distância focal f_L= 12 cm, estão dispostos coaxialmente, com seus eixos ópticos coincidentes, conforme representa a figura. Admita que o espelho e a lente estejam sendo utilizados dentro das condições de Gauss. A distância entre o vértice do espelho e o centro óptico da lente é igual a **d**. Uma fonte pontual de grande potência, capaz de emitir luz exclusivamente para a direita, é colocada no ponto **P**. Os raios luminosos provenientes da fonte seguem, então, as trajetórias indicadas, acendendo um palito de fósforo cuja extremidade se encontra no ponto **Q**.



Considerando as medidas do esquema, aponte a alternativa em que aparecem os valores corretos de f_E e **d**:

a) f_E = 60 cm; d = 120 cm;
b) f_E = 60 cm; d = 75 cm;
c) f_E = 30 cm; d = 120 cm;
d) f_E = 30 cm; d = 75 cm;
e) f_E = 60 cm; d = 72 cm.

Resolução:

O ponto **P** está situado no centro de curvatura de **E**. Logo:

$$f_E = \frac{R_E}{2} = \frac{60\text{ cm}}{2} \Rightarrow \boxed{f_E = 30\text{ cm}}$$

Para **L**, tem-se:

$$\frac{1}{f_L} = \frac{1}{p_L} + \frac{1}{p'_L} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{p_L} + \frac{1}{60}$$

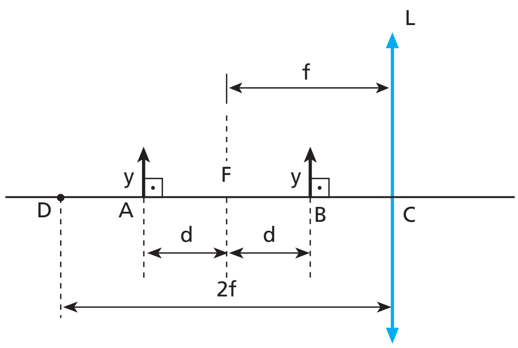
$$\frac{1}{p_L} = \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \Rightarrow \boxed{p_L = 15\text{ cm}}$$

Mas $d = p_L + 60$. Assim:

$$d = 15 + 60\text{ (cm)} \Rightarrow \boxed{d = 75\text{ cm}}$$

Resposta: d

70 (Unip-SP) Considere a lente convergente **L** de distância focal **f**, representada na figura, em que **F** é o foco principal objeto e **A** e **B** são duas posições simétricas em relação a **F**. Admita, na formação de imagens, serem válidas as condições de aproximação de Gauss.
Quando um objeto linear de tamanho **y** é colocado em **A**, a imagem formada pela lente tem tamanho y'.



Quando o mesmo objeto linear é colocado em **B**, a imagem formada passa a ter um tamanho y″, tal que:

a) $y'' = y'$.
b) $y'' = \frac{1}{4}y'$.
c) $y'' = \frac{1}{2}y'$.
d) $y'' = 2y'$.
e) $y'' = 4y'$.

Resolução:

$$A = \frac{f}{f-p} \Rightarrow \frac{i}{o} = \frac{f}{f-p}$$

Objeto em A:

$$\frac{y'}{y} = \frac{f}{f-(f+d)}$$

Donde: $\boxed{y' = -\frac{f}{d}y}$ (imagem invertida)

Objeto em B:

$$\frac{y''}{y} = \frac{f}{f-(f-d)}$$

Donde: $\boxed{y'' = \frac{f}{d}y}$ (imagem direita)

Logo: $\boxed{|y''| = |y'|}$

Resposta: a

71 (UFU-MG – mod.) Um estudante de Física olha através de uma lupa uma pulga que foi condicionada a andar apenas sobre o eixo principal da lente, conforme representa a figura **A**. Ele mediu a distância **p** entre o inseto e a lupa e a distância **p′** entre a lupa e a imagem real da pulga, em vários pontos. O resultado dessas medições está apresentado no gráfico da figura **B**.

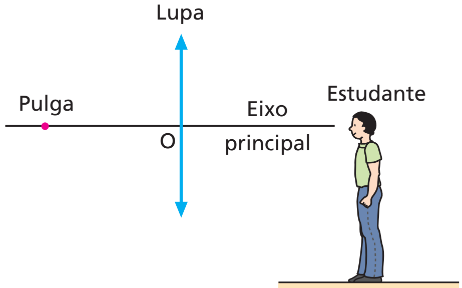


Figura **A**

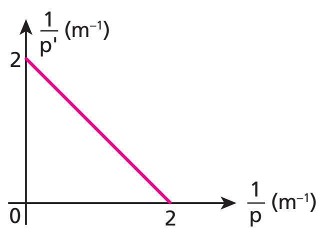


Figura **B**

a) Obtenha a distância focal da lente.
b) A pulga, ao passar exatamente pelo ponto médio entre o foco principal objeto e o centro óptico da lente, resolve dar um pequeno salto vertical. Desprezando a resistência do ar, adotando g = 10 m/s² e admitindo como válidas as condições de Gauss, determine a intensidade da aceleração da imagem da pulga em relação ao estudante durante o salto.

Resolução:

a) Do gráfico, para $\frac{1}{p} = 1\text{m}^{-1}$, obtém-se $\frac{1}{p'} = 1\text{m}^{-1}$. Assim, aplicando-se a Equação de Gauss, pode-se calcular a distância focal de lente (**f**).

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = 1 + 1$$

$$\frac{1}{f} = 2 \Rightarrow \boxed{f = 0{,}50\text{ m} = 50\text{ cm}}$$

b) $$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{f}{2}} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{2}{f} \Rightarrow \boxed{p' = -f}$$ (imagem virtual)

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{o} = -\frac{(-f)}{\frac{f}{2}}$$

Da qual: $\boxed{i = 2o}$

A altura máxima alcançada pela imagem virtual da pulga será o **dobro** da altura máxima alcançada pelo objeto, durante o mesmo intervalo de tempo.

A pulga e sua imagem descreverão em relação ao estudante **movimentos uniformemente variados**, para os quais valem as expressões:

$$v_m = \frac{v_0 + v}{2} \quad \text{e} \quad v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Donde: $\frac{v_0 + v}{2} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$$\left.\begin{array}{l} \textbf{Objeto: } \frac{v_0 + 0}{2} = \frac{h}{\Delta t} \\ \textbf{Imagem: } \frac{v_1 + 0}{2} = \frac{2h}{\Delta t} \end{array}\right\} \boxed{v_1 = 2v_0}$$

Equação de Torricelli: $v^2 = v_0^2 + 2\alpha\,\Delta s$

$$\left.\begin{array}{l} \textbf{Objeto: } 0 = v_0^2 + 2\alpha_0\,h \\ \textbf{Imagem: } 0 = (2v_0)^2 + 2\alpha_i\,2h \end{array}\right\} \boxed{\alpha_i = 2\alpha_0}$$

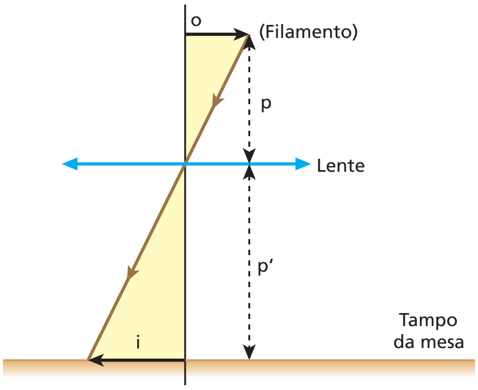
$$g_i = 2g_0 = 2 \cdot 10\ (\text{m/s}^2) \Rightarrow \boxed{g_i = 20\text{ m/s}^2}$$

Respostas: a) 50 cm; b) 20 m/s²

72 (UFSCar-SP) No quarto de um estudante, há uma lâmpada incandescente localizada no teto, sobre a sua mesa. Deslocando uma lente convergente ao longo da vertical que passa pelo filamento da lâmpada, do tampo da mesa para cima, o estudante observa que é possível obter a imagem nítida desse filamento, projetada sobre a mesa, em duas alturas distintas. Sabendo-se que a distância do filamento da lâmpada ao tampo da mesa é de 1,5 m, que a distância focal da lente é de 0,24 m e que o comprimento do filamento é de 12 mm, determine:

a) as alturas da lente em relação à mesa, nas quais essas duas imagens nítidas são obtidas;
b) os comprimentos e as características das imagens do filamento obtidas.

Resolução:



Sendo 1,5 m a distância do filamento ao tampo da mesa, temos:

$p + p' = 1{,}5$ (I)

De: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

vem: $\frac{1}{0{,}24} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$ (II)

De (I): $p = 1{,}5 - p'$

Em (II): $\frac{1}{0{,}24} = \frac{1}{1{,}5 - p'} + \frac{1}{p'}$

$\frac{1}{0{,}24} = \frac{1{,}5}{(1{,}5 - p')p'}$

$1{,}5\,p' - p'^2 = 0{,}36$

$p_2' - 1{,}5\,p' + 0{,}36 = 0$

$p_2' = \frac{1{,}5 \pm \sqrt{(1{,}5)^2 - 4 \cdot 0{,}36}}{2}$

$p' = \frac{1{,}5 \pm 0{,}9}{2}$

Da qual: $\boxed{p_1' = 1{,}2\text{ m}}$ e $\boxed{p_2' = 0{,}3\text{ m}}$

b) De (I), temos:

$p + p' = 1{,}5$

Para $p_1' = 1{,}2$ m;

$p_1 + 1{,}2 = 1{,}5$

$p_1 = 0{,}3$ m

De: $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$, vem: $\frac{i_1}{12} = -\frac{1{,}2}{0{,}3} \Rightarrow \boxed{i_1 = -48\text{ mm}}$

Para $p_2' = 0{,}3$ m:

$p_2 + 0{,}3 = 1{,}5$

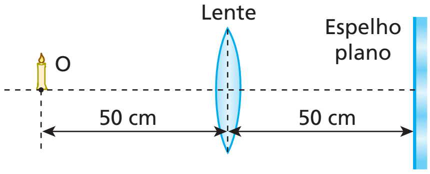
$p_2 = 1{,}2$ m

De: $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$, vem: $\frac{i_2}{12} = -\frac{0{,}3}{12} \Rightarrow \boxed{i_2 = -3\text{ mm}}$

As imagens são reais, possuem comprimentos de 48 mm e 3 mm e são invertidas em relação ao objeto.

Respostas: a) 1,2 m; 0,3 m; b) 48 mm, 3 mm, imagens reais e invertidas

73 Utilizando um banco óptico, um estudante monta no laboratório o arranjo representado a seguir, em que a abscissa focal da lente vale +30 cm:



A que distância do espelho forma-se a imagem final de **O** conjugada pelo sistema?

Resolução:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{50} + \frac{1}{p_1'} \Rightarrow p_1' = 75\text{ cm}$

A primeira imagem fornecida pela lente comporta-se como objeto virtual para o espelho plano, que conjuga a esse objeto uma imagem real 25 cm à direita da lente. Essa imagem comporta-se como objeto real para a lente, que lhe conjuga uma imagem virtual situada a uma distância p_2', dada por:

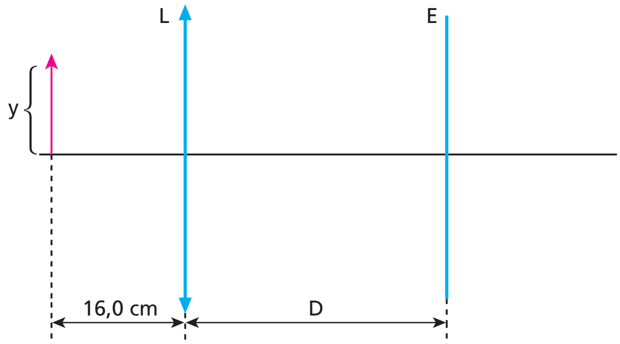
$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{25} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow p_2' = -150\text{ cm}$

Em relação ao espelho, a distância da imagem final **fornecida** pelo sistema é **d**, calculada por:

$d = 150 - 50 = 100\text{ cm} \Rightarrow \boxed{d = 1{,}0\text{ m}}$

Resposta: 1,0 m

74 Na figura, está representado um objeto luminoso de altura **y** posicionado a 16,0 cm de uma lente convergente **L**, cuja distância focal é de 8,0 cm. A lente está a uma distância **D** de um espelho esférico gaussiano **E** de raio de curvatura 36,0 cm e eixo principal coincidente com o eixo óptico da lente.



Para que a imagem produzida pelo espelho tenha altura igual a 2y e orientação invertida em relação ao objeto, o tipo de espelho esférico utilizado e o valor de **D** são, respectivamente:

a) côncavo e D = 16,0 cm;
b) côncavo e D = 25,0 cm;
c) côncavo e D = 43,0 cm;
d) convexo e D = 16,0 cm;
e) convexo e D = 25,0 cm.

Resolução:

(I) Em relação a **L**:

$\frac{1}{f_L} = \frac{1}{p_L} + \frac{1}{p_L'}$

$\frac{1}{8{,}0} = \frac{1}{16{,}0} + \frac{1}{p_L'}$

$\frac{1}{p_L'} = \frac{1}{8{,}0} - \frac{1}{16{,}0}$

$\frac{1}{p_L'} = \frac{2{,}0 - 1{,}0}{16{,}0} \Rightarrow \boxed{p_L' = 16{,}0\text{ cm}}$

$A_L = -\frac{p_L'}{p_L} \Rightarrow A_L = -\frac{16{,}0\text{ cm}}{16{,}0\text{ cm}}$

Donde: $\boxed{A_L = -1{,}0}$

A imagem que a lente conjuga ao objeto é real, situa-se no ponto antiprincipal imagem de **L**, é invertida (A_L é negativo) e tem comprimento **y** igual ao do objeto. Essa imagem funciona como objeto real em relação ao espelho.

(II) Em relação a **E**:
Para que a imagem produzida pelo espelho tenha orientação invertida em relação ao objeto original, ela deve ter orientação direita em relação ao objeto que lhe dá origem. Logo, A_E é positivo e também:

$$A_E = \frac{i}{o} = \frac{2y}{y} = 2{,}0$$

Se **E** produz uma imagem direita e ampliada em relação ao objeto que lhe deu origem, trata-se de um espelho côncavo, de distância focal positiva, dada por:

$$F_e = \frac{R_E}{2} = \frac{36{,}0\text{ cm}}{2} = 18{,}0\text{ cm}$$

Logo: $A_E = \frac{f_E}{f_E - p_E} \Rightarrow 2{,}0 = \frac{18{,}0}{18{,}0 - p_E}$

$18{,}0 - p_E = 9{,}0 \Rightarrow \boxed{p_E = 9{,}0\text{ cm}}$

(III) $D = p'_L + p_E \Rightarrow D = 16{,}0 + 9{,}0\text{ (cm)}$

$\boxed{D = 25{,}0\text{ cm}}$

Resposta: b

75 Duas lentes esféricas simétricas, de vidro e de pequena espessura – uma biconvexa (L_1) e outra bicôncava (L_2) – e um espelho esférico côncavo gaussiano (**E**) são testados no ar, onde se verifica que suas distâncias focais apresentam o mesmo valor absoluto: **f**. Esses sistemas ópticos são então mergulhados em água, onde se realiza um novo teste de verificação de distâncias focais. Nesse ensaio, obtêm-se para as distâncias focais de L_1, L_2 e **E** os valores absolutos f_1, f_2 e f_E, respectivamente. Se o vidro é mais refringente que a água e esta é mais refringente que o ar, é correto concluir que:

a) $f_1 > f$, $f_2 > f$ e $f_E = f$;
b) $f_1 > f$, $f_2 < f$ e $f_E = f$;
c) $f_1 = f$, $f_2 = f$ e $f_E = f$;
d) $f_1 < f$, $f_2 < f$ e $f_E < f$;
e) $f_1 > f$, $f_2 > f$ e $f_E > f$.

Resolução:

(I) Para L_1 e L_2, o módulo da distância focal pode ser obtido pela Equação de Halley:

$$\frac{1}{f} = (n_{rel} - 1)\frac{2}{R} \Rightarrow \boxed{f = \frac{R}{2(n_{rel} - 1)}}$$

Sendo **R** (raio de curvatura das faces da lente) constante e $n_{rel_{água}} < n_{rel_{ar}}$, conclui-se que $f_1 > f$ e $f_2 > f$.

(II) A imersão do espelho esférico **E** na água não provoca variação em sua distância focal, já que, nos espelhos, a luz sofre reflexão. Logo: $f_E = f$.

Resposta: a

76 (ITA-SP) As duas faces de uma lente delgada biconvexa têm um raio de curvatura igual a 1,00 m. O índice de refração da lente para a luz vermelha é 1,60 e, para luz violeta, 1,64. Sabendo que a lente está imersa no ar, cujo índice de refração é 1,00, calcule a distância entre os focos de luz vermelha e de luz violeta, em centímetros.

Resolução:

1) A Equação de Halley (Equação dos Fabricantes de Lentes) é dada por:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_M} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

2) Do enunciado, temos:
$R_1 = R_2 = +1{,}00$ m (face convexa $\Rightarrow R > 0$)
$n_{ar} = 1{,}00$
$n_{L(verm)} = 1{,}60$
$n_{L(viol)} = 1{,}64$

3) Aplicando-se a Equação de Halley para a lente, quando exposta à luz monocromática vermelha, vem:

$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{n_{L(verm)}}{n_{ar}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{1{,}60}{1{,}00} - 1\right)\left(\frac{1}{1{,}00} + \frac{1}{1{,}00}\right)$$

$$\boxed{f_1 = \frac{1}{1{,}20}\text{ m}}$$

4) Aplicando-se a Equação de Halley para a lente, quando exposta à luz monocromática violeta, vem:

$$\frac{1}{f_2} = \left(\frac{n_{L(viol)}}{n_{ar}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_2} = \left(\frac{1{,}64}{1{,}00} - 1\right)\left(\frac{1}{1{,}00} + \frac{1}{1{,}00}\right)$$

$$\boxed{f_2 = \frac{1}{1{,}28}\text{ m}}$$

5) A distância entre os focos é dada por:

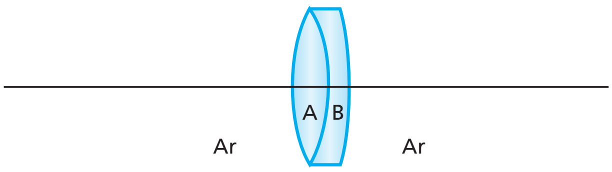
$$d = f_1 - f_2$$

$$d = \frac{1}{1{,}20} - \frac{1}{1{,}28}\text{ (m)}$$

Donde: $\boxed{d \simeq 0{,}052\text{ m} = 5{,}2\text{ cm}}$

Resposta: 5,2 cm

77 Para compor a objetiva de certo instrumento óptico, usa-se a associação de lentes acrílicas (de espessura desprezível) representada na figura a seguir.



A lente **A** é biconvexa e suas faces têm 25 cm de raio de curvatura. A lente **B** é convexo-côncava e sua face côncava adere perfeitamente à lente **A**. Os índices de refração do acrílico e do ar são conhecidos, valendo, respectivamente, 1,5 e 1,0. Sabendo que a vergência equivalente à associação é de +3,0 di, determine:

a) a vergência da lente **A**;
b) a abscissa focal da lente **B**;
c) os raios de curvatura das faces da lente **B**.

Resolução:

a) $V_A = (1{,}5 - 1)\frac{2}{0{,}25} \Rightarrow \boxed{V_A = +4{,}0\text{ di}}$

b) $V = V_A + V_B \Rightarrow 3{,}0\text{ di} = 4{,}0\text{ di} + V_B$

$V_B = -1{,}0$ di

$f_B = \frac{1}{V_B} = -\frac{1}{1{,}0} \Rightarrow \boxed{f_B = -1{,}0\text{ m}}$

c) **Face côncava:** $R_1 = 25$ cm (aderência perfeita)
Face convexa:

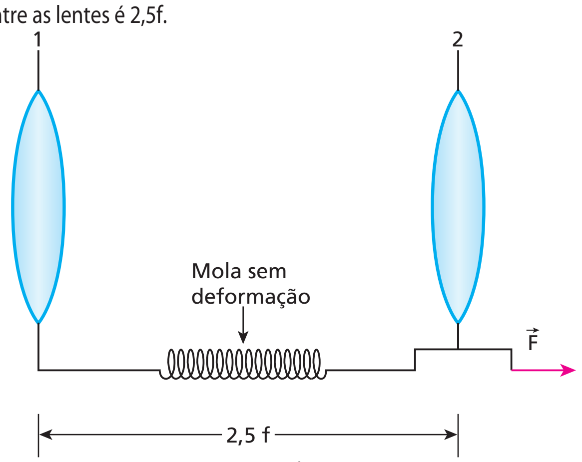
$$V = (n_{2,1} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$3,0 = (1,5 - 1)\left(\frac{1}{0,25} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Da qual: $\boxed{R_2 = 0,50 \text{ m} = 50 \text{ cm}}$

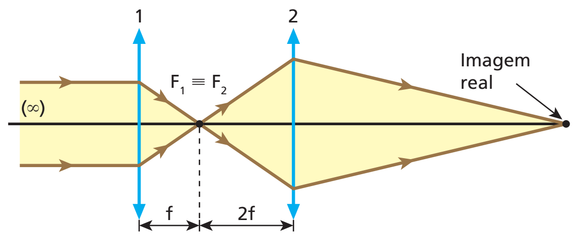
Respostas: a) +4,0 di; b) –1,0 m; c) Face côncava: 25 cm; Face convexa: 50 cm

78 (IME-RJ) Um sistema óptico é constituído por duas lentes convergentes, 1 e 2, cujas distâncias focais são **f** e 2f, respectivamente. A lente 1 é fixa; a lente 2 está presa à lente 1 por uma mola cuja constante elástica é **k**. Com a mola em repouso (sem deformação), a distância entre as lentes é 2,5f.



Determine o menor valor da força $\vec{F}$ para que o sistema produza uma imagem real de um objeto distante, situado à esquerda da lente 1. Despreze as forças de atrito.

Resolução:
O objeto impróprio situado à esquerda da lente **I** produz uma imagem real situada no plano focal imagem dessa lente.
Essa imagem funciona como objeto real para a lente 2.
Para que a lente 2 produza uma imagem ainda real do citado objeto, este deve estar posicionado praticamente no seu plano focal (ligeiramente à esquerda dele), conforme ilustra a figura a seguir:



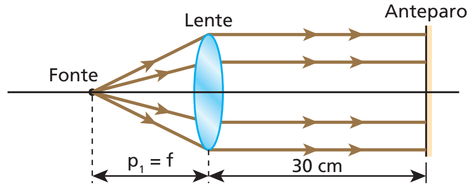
Essa é a situação em que o sistema fornece imagem real com mínima tração na mola. Nesse caso, a deformação da mola é $x = 3f - 2,5f = 0,5f$.
A intensidade **F** da força aplicada à mola fica determinada pela Lei de Hooke:
$F = k\,x$

$F = k\,0,5f \Rightarrow \boxed{F = \frac{k\,f}{2}}$

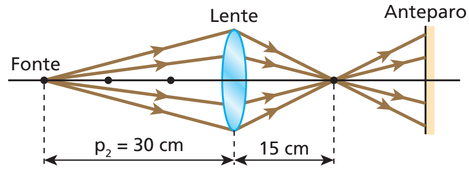
Resposta: $F = \frac{k\,f}{2}$

80 Uma lente delgada convergente de distância focal f = 10 cm é disposta com o eixo principal normal a um anteparo situado à distância d = 30 cm. Ao longo do eixo principal, desloca-se uma fonte puntiforme. Há duas posições da fonte para as quais a luz emergente da lente ilumina, no anteparo, um círculo do tamanho da lente. Para qualquer uma dessas posições, determine a distância da fonte à lente.

Resolução:
1ª possibilidade:



Fonte a 10 cm da lente.
2ª possibilidade:



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{15} \Rightarrow \boxed{p_2 = 30 \text{ cm}}$$

Fonte a 30 cm da lente.

Resposta: 1ª possibilidade: fonte a 10 cm da lente; **2ª possibilidade:** fonte a 30 cm da lente.

81 Um estudante dispõe de uma lupa (lente esférica convergente) de distância focal igual a 6,0 cm e com ela deseja obter imagens nítidas de uma pequena lâmpada situada sobre o eixo óptico, sempre distantes 25 cm em relação ao objeto. Determine as possíveis distâncias da lâmpada à lente para que o intento do estudante seja satisfeito.

Resolução:
Equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{p - f}{fp}$$

$$p' = \frac{pf}{p - f} \Rightarrow \boxed{p' = \frac{6,0\,p}{p - 6,0}} \quad \text{(I)}$$

1º caso: Imagens reais

$$p' + p = 25 \text{ cm} \quad \text{(II)}$$

$$\text{(I) em (II): } \frac{6,0\,p}{p - 6,0} + p = 25$$

$$6,0p + p^2 - 6,0p = 25p - 150$$

$$p^2 - 25p + 150 = 0 \Rightarrow p = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 600}}{2}$$

$$p = \frac{25 \pm 5,0}{2}$$

$\boxed{p_1 = 15 \text{ cm}}$ e $\boxed{p_2 = 10 \text{ cm}}$

2º caso: Imagem virtual

$|p'| - p = 25$ cm (III)

Nesse caso, p′ é o número negativo e, ao operarmos com |p′|, devemos multiplicar a expressão (I) por –1.

$$\frac{-6{,}0\,p}{p-6{,}0} - p = 25 \;\Rightarrow\; -6{,}0p - p^2 + 6{,}0p = 25(p - 6{,}0)$$

$$p^2 + 25p - 150 = 0 \;\Rightarrow\; p = \frac{-25 \pm \sqrt{625 - 600}}{2}$$

$$p = \frac{-25 \pm 35}{2} \;\Rightarrow\; \boxed{p_3 = 5{,}0 \text{ cm}}$$

$p_4 = -30$ cm (não convém)

Respostas: 15 cm, 10 cm e 5,0 cm

82 Um objeto luminoso é colocado a uma distância $\mathbf{d_0}$ de uma lente convergente de distância focal f_0, sendo sua imagem projetada em um anteparo situado a uma distância **L** da lente. O objeto é então aproximado, ficando posicionado a uma distância $\frac{\mathbf{d_0}}{2}$ da lente, o que faz com que a imagem se apresente desfocada no anteparo. Desejando-se focalizar a imagem, substitui-se a primeira lente por uma outra, também convergente, mas de distância focal f_1. Sabendo que a segunda lente é instalada na mesma posição da primeira, determine:

a) o valor de **L**;

b) o valor de f_1.

Resolução:

a) **1ª lente:** $\frac{1}{f_0} = \frac{1}{d_0} + \frac{1}{L}$ (Equação de Gauss)

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{f_0} - \frac{1}{d_0} \;\Rightarrow\; \frac{1}{L} = \frac{d_0 - f_0}{f_0 d_0}$$

Assim: $\boxed{L = \frac{f_0\, d_0}{d_0 - f_0}}$

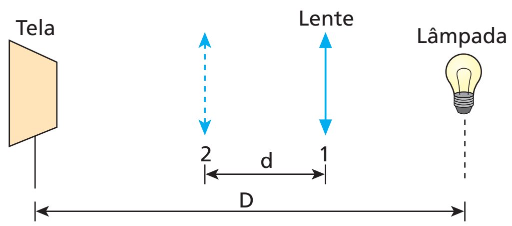
b) **2ª lente:** $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{\frac{d_0}{2}} + \frac{1}{L}$ (Equação de Gauss)

$$\frac{1}{f_1} = \frac{2}{d_0} + \frac{(d_0 - f_0)}{f_0 d_0} \;\Rightarrow\; \frac{1}{f_1} = \frac{2f_0 + d_0 - f_0}{f_0 d_0}$$

Assim: $\boxed{f_1 = \frac{f_0\, d_0}{d_0 + f_0}}$

Respostas: a) $L = \frac{f_0\, d_0}{d_0 - f_0}$; b) $f_1 = \frac{f_0\, d_0}{d_0 + f_0}$

83 (Unirio-RJ)



Com o auxílio de uma lente convergente, na posição **1**, a imagem do filamento de uma lâmpada incandescente é projetada sobre uma tela, como mostra a figura acima. Mantendo-se fixas as posições da lâmpada e da tela, verifica-se experimentalmente que uma nova imagem do filamento sobre a tela é obtida quando a lente passa para a posição **2**. As posições **1** e **2** estão separadas pela distância **d**. Sendo **D** a distância entre a lâmpada e a tela, podemos afirmar que a distância focal da lente é igual a:

a) $\frac{(D^2 - d^2)}{4D}$.

b) $\frac{(D^2 - d^2)}{4d}$.

c) $\frac{D^2}{2d}$.

d) $2D - d$.

e) d.

Resolução:

Equação de Gauss: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

Lente na posição 1: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{D + p_1}$ (I)

Lente na posição 2: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1 + d} + \frac{1}{D - (p_1 + d)}$ (II)

Comparando-se (I) e (II), vem:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{D - p_1} = \frac{1}{p_1 + d} + \frac{1}{D - (p_1 + d)}$$

$$\frac{D - p_1 + p_1}{p_1(D - p_1)} = \frac{D - (p_1 + d) + (p_1 + d)}{(p_1 + d)\,[D - (p_1 + d)]}$$

$$(p_1 + d)[D - (p_1 + d)] = p_1(D - p_1)$$

$$p_1 D - p_1(p_1 + d) + d\,D - d(p_1 + d) = p_1 D - p_1^2$$

$$-p_1^2 - p_1 d + d\,D - p_1 d - d^2 = -p_1^2$$

$$2p_1 d = d(D - d) \;\Rightarrow\; p_1 = \frac{D - d}{2} \qquad \text{(III)}$$

Substituindo-se (III) em (I), determina-se **f**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{D - d}{2}} + \frac{1}{D - \frac{(D - d)}{2}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{D - d} + \frac{2}{2D - D + d}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2\;(D + d) + 2\;(D - d)}{(D - d)\,(D + d)}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2D + 2d + 2D - 2d}{D^2 - d^2}$$

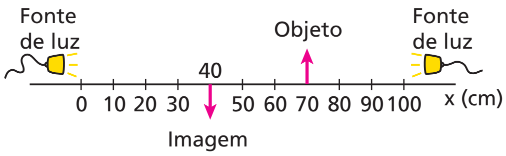
Donde: $\boxed{f = \frac{D^2 - d^2}{4D}}$

Nota:

- O experimento descrito traduz o método de Bessel para a determinação da distância focal de uma lente convergente.

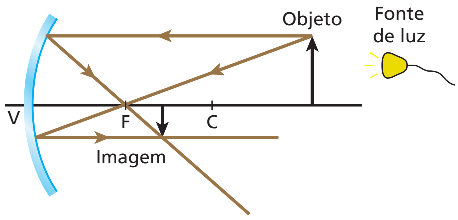
Resposta: a

84 Considere um espelho esférico côncavo e uma lente esférica convergente que obedecem às condições de Gauss. As distâncias focais do espelho e da lente valem, respectivamente, 20 cm e 2,7 cm. Esses elementos serão instalados sucessivamente em um banco óptico, como o esquematizado abaixo, com a finalidade de conjugar a um objeto fixo na posição $x_0 = 70$ cm uma imagem real que deverá situar-se na posição $x_1 = 40$ cm.



Na figura, os comprimentos do objeto e da imagem não estão representados em escala. Há duas fontes de luz que poderão ser utilizadas uma de cada vez.
Determine:
a) as posições x_{E_1} e x_{E_2} ($x_{E_1} < x_{E_2}$) em que poderá ser colocado o espelho;
b) as posições x_{L_1} e x_{L_2} ($x_{L_1} < x_{L_2}$) em que poderá ser colocada a lente.

Resolução:
a) Operando com a fonte da direita, temos:



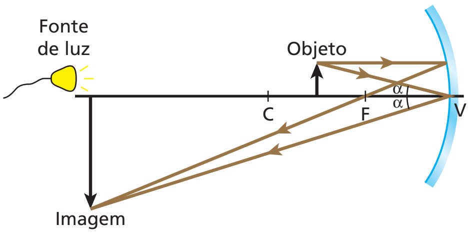
$p - p' = 30$ cm $\Rightarrow$ $p' = p - 30$

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p-30}$$

$$\frac{1}{20} = \frac{p - 30 + p}{p\,(p-30)} \Rightarrow p^2 - 70p + 600 = 0$$

$p = 60$ cm $\Rightarrow$ $\boxed{x_{E_1} = 10\text{ cm}}$

Operando com a fonte da esquerda, temos:

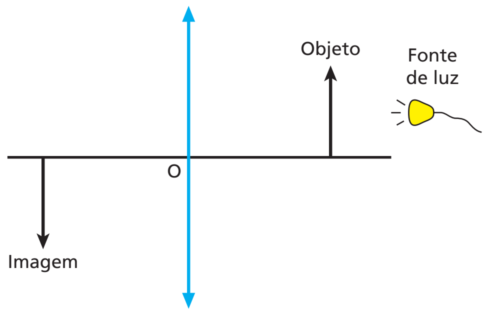


$p' - p = 30 \Rightarrow p' = 30 + p$

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{30+p} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{30 + p + p}{p\,(30+p)}$$

$p^2 - 10p - 600 = 0 \Rightarrow p = 30$ cm $\Rightarrow$ $\boxed{x_{E_2} = 100\text{ cm}}$

b) Operando necessariamente com a fonte da direita, temos:



$p + p' = 30 \Rightarrow p' = 30 - p$

$$\frac{1}{2{,}7} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{2{,}7} = \frac{1}{p} + \frac{1}{30-p}$$

$$\frac{1}{2{,}7} = \frac{30 - p + p}{p\,(30-p)} \Rightarrow p^2 - 30p + 81 = 0$$

$p_1 = 27$ cm $\Rightarrow$ $\boxed{x_{L_1} = 43\text{ cm}}$

$p_2 = 3{,}0$ cm $\Rightarrow$ $\boxed{x_{L_2} = 67\text{ cm}}$

Respostas: a) $x_{E_1} = 10$ cm e $x_{E_2} = 100$ cm, operando-se com as fontes da direita e da esquerda respectivamente. b) $x_{L_1} = 43$ cm e $x_{L_2} = 67$ cm, operando-se com a fonte da direita.

85 Um ponto luminoso **P** descreve movimento circular e uniforme num plano frontal distante 30 cm de uma lente delgada convergente, com velocidade escalar de módulo 5,0 cm/s. A circunferência descrita por **P** tem centro no eixo principal da lente e raio igual a 10 cm. Admitindo que a lente opera de acordo com as condições de Gauss e que sua distância focal vale 20 cm, determine:
a) a relação entre o período de **P** e de sua imagem **P'** conjugada pela lente;
b) as características da trajetória descrita por **P'**, bem como sua posição em relação à lente;
c) o módulo da velocidade escalar de **P'**.

Resolução:
Enquanto **P** dá uma volta completa, o mesmo ocorre com **P'**.
Por isso:

$$\frac{T_P}{T_{P'}} = 1$$

b) $$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p'}$$

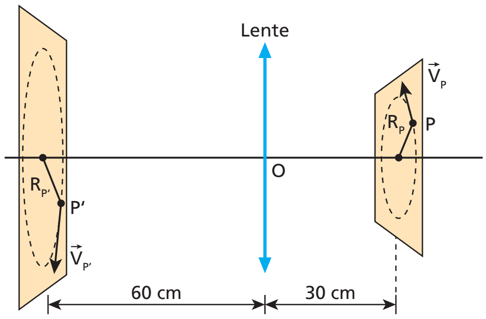
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{30} \Rightarrow \boxed{p' = 60\text{ cm}}$$

$$\frac{R_{P'}}{R_P} = \left|\frac{i}{o}\right| = \frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{R_{P'}}{10} = \frac{60}{30}$$

$\boxed{R_{P'} = 20\text{ cm}}$

P' descreve uma circunferência de raio 20 cm, de centro pertencente ao eixo principal, contida em um plano frontal à lente, a 60 cm de distância em relação a ela.

c)



$$\frac{V_{P'}}{V_P} = \frac{\dfrac{2\pi R_{P'}}{T_{P'}}}{\dfrac{2\pi R_P}{T_P}} \Rightarrow \frac{V_{P'}}{5{,}0} = \frac{20}{10}$$

Donde: $\boxed{V_{p'} = 10 \text{ cm/s}}$

Respostas: a) 1; b) Circunferência de raio 20 cm, de centro pertencente ao eixo principal, contida em um plano frontal à lente, a 60 cm de distância em relação a ela. c) 10 cm/s

86 Uma vela é colocada a 80 cm de uma lente esférica convergente, perpendicularmente a seu eixo principal. Aproximando-se em 20 cm a vela da lente, a nova imagem fica três vezes maior que a anterior, com a mesma orientação. Determine a vergência da lente.

Resolução:

1º caso: $\dfrac{i}{o} = \dfrac{f}{f-80}$

2º caso: $\dfrac{3i}{o} = \dfrac{f}{f-60}$

$$3 = \frac{f}{f-60} \cdot \frac{(f-80)}{f}$$

$$\boxed{f = 50 \text{ cm} = 0{,}50 \text{ m}}$$

$$V = \frac{1}{f} = \frac{f}{0{,}50} \text{ di} \Rightarrow \boxed{V = 2{,}0 \text{ di}}$$

Resposta: 2,0 di